

# Vordiplom 2 MT Mechanik/Physik WS 2008/2009

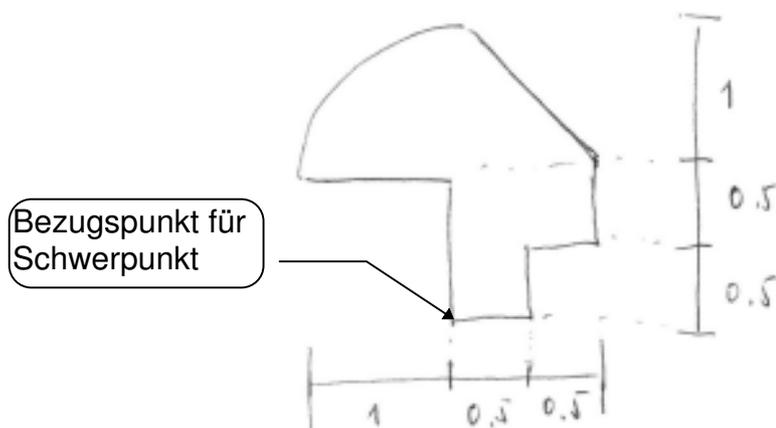
## Aufgabe 1

a) Ein allgemeines Kräftesystem besteht aus folgenden Kräften:

$F_1=22\text{ N}$	$\alpha_1=44^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (0,2)$
$F_2=37\text{ N}$	$\alpha_2=72^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (3,0)$
$F_3=10\text{ N}$	$\alpha_3=111^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (2,1)$
$F_4=18\text{ N}$	$\alpha_4=293^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-1,-2)$

Bestimme Betrag, Richtungswinkel und irgendeinen Punkt auf der Wirklinie der Resultierenden.

b) Bestimme die Schwerpunktkoordinaten des skizzierten Körpers.

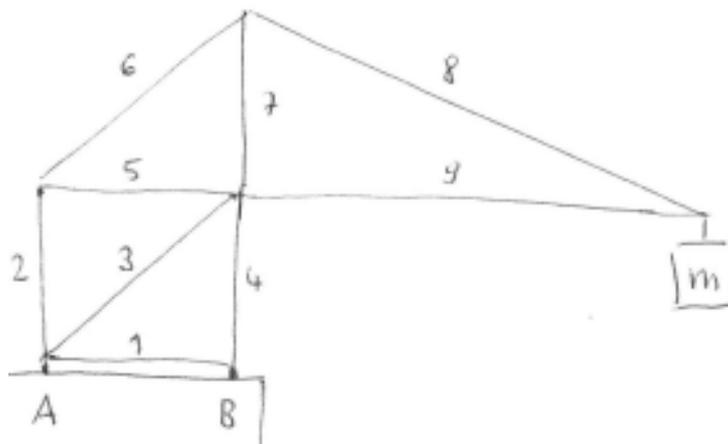


## Aufgabe 2

Kran aus Stahlprofilen gemäss Skizze, Hebelast  $m = 1000\text{ kg}$ .

Berechne die einzelnen Stabkräfte und gib an, ob es sich dabei um Zug- oder Druckkräfte handelt. Das Eigengewicht der Konstruktion wird vernachlässigt.

Abmessungen: Stäbe 1, 2, 4, 5, 7 je 1m, Stab 9 3m.





# Vordiplom 2 MT Mechanik/Physik WS 2008/2009

## Bewertung:

- Der Lösungsweg muss immer nachvollziehbar dokumentiert sein.
- Für jede Aufgabe werden maximal 10 Punkte vergeben.
- Richtige Teillösungen werden bewertet.

Punkte	Note
4	1-2
8	2
12	2-3
16	3
20	3-4
24	4
28	4-5
32	5
36	5-6
40+	6

**Aufgabe 1a**

Anzahl Kräfte      Beträge      Winkel ab x-Achse      Angriffspunktkoordinaten

$$\begin{array}{l}
 n := 4 \\
 i := 1..n
 \end{array}
 \quad
 \mathbf{F} := \begin{bmatrix} 22 \\ 37 \\ 10 \\ 18 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}
 \quad
 \alpha := \begin{bmatrix} 44 \\ 72 \\ 111 \\ 293 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}
 \quad
 \mathbf{x} := \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}
 \quad
 \mathbf{y} := \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Komponenten

$$F_{x_i} := F_i \cdot \cos(\alpha_i)
 \quad
 \mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} 15.825 \\ 11.434 \\ -3.584 \\ 7.033 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

$$F_{y_i} := F_i \cdot \sin(\alpha_i)
 \quad
 \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} 15.282 \\ 35.189 \\ 9.336 \\ -16.569 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

Resultierende:

Komponenten:

$$F_{rx} := \sum_i F_{x_i}
 \quad
 F_{rx} = 30.709 \cdot \text{newton}$$

$$F_{ry} := \sum_i F_{y_i}
 \quad
 F_{ry} = 43.238 \cdot \text{newton}$$

Betrag:

$$F_r := \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}
 \quad
 F_r = 53.034 \cdot \text{newton}$$

Winkel  
 (im Bereich 0-360 Grad):

$$\alpha_r := \text{atan}\left(\frac{F_{ry}}{F_{rx}}\right) + \text{if}(F_{rx} < 0 \cdot \text{newton}, 180 \cdot \text{deg}, 0)$$

$$\alpha_r := \alpha_r + \text{if}(\alpha_r < 0, 360 \cdot \text{deg}, 0)
 \quad
 \alpha_r = 54.617 \cdot \text{deg}$$

Wirklinie: Das Moment der Resultierenden bezüglich des Nullpunktes ist gleich der Summe der Momente der Einzelkräfte. Die Momente der Einzelkräfte werden durch ihre x- und y-Komponenten ausgedrückt. Der Angriffspunkt ist nicht eindeutig, er kann auf der Wirklinie beliebig gewählt werden.

$$l_r := \frac{\sum_i (F_{y_i} \cdot x_i - F_{x_i} \cdot y_i)}{F_r}
 \quad
 l_r = 2.391$$

Abstand der Wirklinie der Resultierenden vom Nullpunkt. Wenn negativ, wirkt das resultierende Moment im Uhrzeigersinn drehend, sonst im Gegenuhrzeigersinn.

$$\begin{array}{l}
 x_r := l_r \cdot \sin(\alpha_r) \\
 y_r := -l_r \cdot \cos(\alpha_r)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x_r = 1.949 \\
 y_r = -1.385
 \end{array}$$

Koordinaten des dem Nullpunkt am nächsten liegenden Punktes auf der Wirklinie.

Alternativer Punkt:

$$x_{r2} := \frac{\sum_i F_{y_i} \cdot x_i}{F_{ry}} \quad x_{r2} = 3.257$$

$$y_{r2} := \frac{\sum_i F_{x_i} \cdot y_i}{F_{rx}} \quad y_{r2} = 0.456 \quad y_r + (x_{r2} - x_r) \cdot \tan(\alpha_r) = 0.456$$

### Aufgabe 1b

$$r := 1$$

$$\text{Viertelkreis} \quad A_1 := \frac{r^2 \cdot \pi}{4} \quad x_1 := -\frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi} \quad y_1 := r + \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

$$\text{Dreieck} \quad A_2 := \frac{r^2}{2} \quad x_2 := \frac{r}{3} \quad y_2 := r + \frac{r}{3}$$

$$\text{grosses Quadrat} \quad A_3 := r^2 \quad x_3 := \frac{r}{2} \quad y_3 := \frac{r}{2}$$

$$\text{kleines Quadrat} \quad A_4 := -\frac{r^2}{4} \quad x_4 := \frac{r}{2} + \frac{r}{4} \quad y_4 := \frac{r}{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.785 \\ 0.5 \\ 1 \\ -0.25 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} -0.424 \\ 0.333 \\ 0.5 \\ 0.75 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 1.424 \\ 1.333 \\ 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

$$\text{Gesamtfläche} \quad A_{\text{tot}} := \sum A \quad A_{\text{tot}} = 2.035$$

$$\text{Schwerpunkt} \quad x_{\text{tot}} := \frac{A \cdot x}{A_{\text{tot}}} \quad x_{\text{tot}} = 0.072$$

$$y_{\text{tot}} := \frac{A \cdot y}{A_{\text{tot}}} \quad y_{\text{tot}} = 1.092$$

## Aufgabe 2

### Stützkräfte

$$\begin{aligned} M &:= 1000 \cdot \text{kg} & \text{Nutzlast} \\ F &:= -M \cdot g & F = -9.807 \cdot \text{kN} \\ F_A &:= 3 \cdot F & F_A = -29.42 \cdot \text{kN} \\ F_B &:= -F - F_A & F_B = 39.227 \cdot \text{kN} \end{aligned}$$

### Knoten I

Unbekannte Kräfte werden als Zugkräfte eingegeben.  
Negative Resultate stehen für Druckkräfte.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &:= 180 \cdot \text{deg} & \alpha_4 &:= 90 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_4) \end{pmatrix} & y &:= \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{newton} \\ -F_B \end{pmatrix} & A &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & y &= \begin{pmatrix} 0 \\ -39.227 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \\ u &:= A^{-1} \cdot y & s_1 &:= u_1 & s_4 &:= u_2 & s_1 &= 1.502 \cdot 10^{-14} \cdot \text{kN} & s_4 &= -39.227 \cdot \text{kN} \end{aligned}$$

### Knoten II

$$\begin{aligned} \alpha_2 &:= 90 \cdot \text{deg} & \alpha_3 &:= 45 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_2) & \cos(\alpha_3) \\ \sin(\alpha_2) & \sin(\alpha_3) \end{pmatrix} & y &:= \begin{pmatrix} s_1 \cdot \cos(\alpha_1) \\ -F_A \end{pmatrix} & A &= \begin{pmatrix} 0 & 0.707 \\ 1 & 0.707 \end{pmatrix} & y &= \begin{pmatrix} -1.502 \cdot 10^{-14} \\ 29.42 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \\ u &:= A^{-1} \cdot y & s_2 &:= u_1 & s_3 &:= u_2 & s_2 &= 29.42 \cdot \text{kN} & s_3 &= -5.31 \cdot 10^{-15} \cdot \text{kN} \end{aligned}$$

### Knoten III

$$\begin{aligned} \alpha_5 &:= 0 \cdot \text{deg} & \alpha_6 &:= 45 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_5) & \cos(\alpha_6) \\ \sin(\alpha_5) & \sin(\alpha_6) \end{pmatrix} & y &:= \begin{pmatrix} s_2 \cdot \cos(\alpha_2) \\ s_2 \cdot \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} & A &= \begin{pmatrix} 1 & 0.707 \\ 0 & 0.707 \end{pmatrix} & y &= \begin{pmatrix} -1.126 \cdot 10^{-14} \\ 29.42 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \\ u &:= A^{-1} \cdot y & s_5 &:= u_1 & s_6 &:= u_2 & s_5 &= -29.42 \cdot \text{kN} & s_6 &= 41.606 \cdot \text{kN} \end{aligned}$$

### Knoten IV

$$\begin{aligned} \alpha_7 &:= 270 \cdot \text{deg} & \alpha_8 &:= 360 \cdot \text{deg} - \text{atan}\left(\frac{1}{3}\right) & \alpha_8 &= 341.565 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_7) & \cos(\alpha_8) \\ \sin(\alpha_7) & \sin(\alpha_8) \end{pmatrix} & y &:= \begin{pmatrix} s_6 \cdot \cos(\alpha_6) \\ s_6 \cdot \sin(\alpha_6) \end{pmatrix} & A &= \begin{pmatrix} 0 & 0.949 \\ -1 & -0.316 \end{pmatrix} & y &= \begin{pmatrix} 29.42 \\ 29.42 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \\ u &:= A^{-1} \cdot y & s_7 &:= u_1 & s_8 &:= u_2 & s_7 &= -39.227 \cdot \text{kN} & s_8 &= 31.011 \cdot \text{kN} \end{aligned}$$

### Stab 9

$$\alpha_9 := 180 \cdot \text{deg} \quad s_9 := \frac{s_8 \cdot \cos(\alpha_8)}{\cos(\alpha_9)} \quad s_9 = -29.42 \cdot \text{kN}$$

### Übersicht

Negative Beträge stehen für Druckkräfte, positive für Zugkräfte.

$$s = \begin{pmatrix} 1.502 \cdot 10^{-14} \\ 29.42 \\ -5.31 \cdot 10^{-15} \\ -39.227 \\ -29.42 \\ 41.606 \\ -39.227 \\ 31.011 \\ -29.42 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

### Aufgabe 3

Gegeben:  $r_i := 120 \cdot \text{mm}$      $\alpha := 45 \cdot \text{deg}$      $\rho := 7.85 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$   
 $h_1 := 90 \cdot \text{mm}$      $b_1 := 10 \cdot \text{mm}$      $\sigma := 130 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$   
 $h_2 := 50 \cdot \text{mm}$      $b_2 := 30 \cdot \text{mm}$

Kreisabschnitt:  $\beta := \frac{\alpha}{2}$      $R := \frac{h_2}{2 \cdot \sin(\beta)}$      $R = 65.328 \cdot \text{mm}$     Bogenradius

$Bl := 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{\alpha}{360 \cdot \text{deg}}$     Bogenlänge     $b_3 := 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)^2$     Bogenhöhe

#### Volumen:

Teilflächen:  $TF_1 := h_1 \cdot b_1$      $x := 0$      $x_1 := r_i + \frac{b_1}{2}$   
 $TF_2 := h_2 \cdot b_2$      $x_2 := r_i + b_1 + \frac{b_2}{2}$   
 $TF_3 := \frac{R \cdot (Bl - h_2) + h_2 \cdot b_3}{2}$      $x_3 := r_i + b_1 + b_2 + b_3 - R + \frac{(h_2)^3}{12 \cdot TF_3}$

$TF = \begin{pmatrix} 900 \\ 1500 \\ 167.065 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$      $x = \begin{pmatrix} 125 \\ 145 \\ 161.996 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$

$F_{\text{tot}} := \sum TF$      $F_{\text{tot}} = 2567.065 \cdot \text{mm}^2$

$x_S := \frac{TF \cdot x}{F_{\text{tot}}}$      $x_S = 139.094 \cdot \text{mm}$     Gesamtschwerpunkt

$V := 2 \cdot \pi \cdot x_S \cdot F_{\text{tot}}$      $V = 2243.498 \cdot \text{cm}^3$      $V \cdot \rho = 17.611 \cdot \text{kg}$

#### Oberfläche:

(Nur die eine Hälfte der Linien aus Symmetriegründen)

$l_1 := \frac{h_1}{2}$      $x_1 := r_i$   
 $l_2 := b_1$      $x_2 := r_i + \frac{b_1}{2}$   
 $l_3 := 20 \cdot \text{mm}$      $x_3 := r_i + b_1$   
 $l_4 := b_2$      $x_4 := r_i + b_1 + \frac{b_2}{2}$   
 $l_5 := \frac{Bl}{2}$      $x_5 := r_i + b_1 + b_2 + b_3 - R + \frac{R \cdot h_2}{Bl}$

$l = \begin{bmatrix} 45 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 25.654 \end{bmatrix} \cdot \text{mm}$      $x = \begin{bmatrix} 120 \\ 125 \\ 130 \\ 145 \\ 163.307 \end{bmatrix} \cdot \text{mm}$

$l_{\text{tot}} := 2 \cdot \sum l$      $l_{\text{tot}} = 261.309 \cdot \text{mm}$

$x_S := \frac{2 \cdot l \cdot x}{l_{\text{tot}}}$      $x_S = 136.157 \cdot \text{mm}$     Gesamtschwerpunkt

$A_{\text{tot}} := 2 \cdot \pi \cdot x_S \cdot l_{\text{tot}}$      $A_{\text{tot}} = 2235.497 \cdot \text{cm}^2$      $A_{\text{tot}} \cdot \sigma = 0.029 \cdot \text{kg}$

$V \cdot \rho + A_{\text{tot}} \cdot \sigma = 17.641 \cdot \text{kg}$

#### Aufgabe 4

Gegebene Größen:

$$\alpha := 5 \cdot \text{deg}$$

$$\mu := 0.05$$

$$\text{Gewicht} := 1000 \cdot \text{kg}$$

$$t_{\text{End}} := 1 \cdot \text{min}$$

$$v_0 := 30 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Gewichtskraft

$$F_G := \text{Gewicht} \cdot g$$

$$F_G = 9.807 \cdot \text{kN}$$

Bremskraft aufwärts

$$F_{\text{aufw}} := F_G \cdot (\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha))$$

$$F_{\text{aufw}} = 1343.173 \cdot \text{newton}$$

Verzögerung

$$a_{\text{aufw}} := \frac{F_{\text{aufw}}}{\text{Gewicht}}$$

$$a_{\text{aufw}} = 1.343 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

Zeit bis zur Umkehr

$$t_{\text{aufw}} := \frac{v_0}{a_{\text{aufw}}}$$

$$t_{\text{aufw}} = 22.335 \cdot \text{sec}$$

Weg bis zur Umkehr

$$\text{Weg}_{\text{aufw}} := \frac{v_0}{2} \cdot t_{\text{aufw}}$$

$$\text{Weg}_{\text{aufw}} = 335.028 \cdot \text{m}$$

restliche Zeit

$$t_{\text{Rest}} := t_{\text{End}} - t_{\text{aufw}}$$

$$t_{\text{Rest}} = 37.665 \cdot \text{sec}$$

Kraft abwärts

$$F_{\text{abw}} := F_G \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha))$$

$$F_{\text{abw}} = 366.239 \cdot \text{newton}$$

Beschleunigung

$$a_{\text{abw}} := \frac{F_{\text{abw}}}{\text{Gewicht}}$$

$$a_{\text{abw}} = 0.366 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

Endgeschwindigkeit

$$v_{\text{End}} := a_{\text{abw}} \cdot t_{\text{Rest}}$$

$$v_{\text{End}} = 13.794 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Weg ab Umkehr

$$\text{Weg}_{\text{abw}} := \frac{v_{\text{End}}}{2} \cdot t_{\text{Rest}}$$

$$\text{Weg}_{\text{abw}} = 259.781 \cdot \text{m}$$

Weg ab Startpunkt

$$\text{Weg}_{\text{aufw}} - \text{Weg}_{\text{abw}} = 75.247 \cdot \text{m}$$

#### Aufgabe 5

Gegebene Größen:

$$\text{Achslast}_v := 1100 \cdot \text{kg}$$

$$\text{Achslast}_h := 500 \cdot \text{kg}$$

$$x_{\text{SP}} := 0.3 \cdot \text{m}$$

$$y_{\text{SP}} := 0.9 \cdot \text{m}$$

Gewicht := Achslast<sub>v</sub> + Achslast<sub>h</sub>

$$\text{Gewicht} = 1600 \cdot \text{kg}$$

Gewichtskraft

$$F_G := \text{Gewicht} \cdot g$$

Standmoment

$$M_S := F_G \cdot x_{\text{SP}}$$

$$M_S = 4707.192 \cdot \text{newton} \cdot \text{m}$$

Kippmoment

$$M_K = F_{\text{Bv}} \cdot y_{\text{SP}}$$

Bremskraft vorne beim Kippen

$$F_{\text{Bv}} := \frac{x_{\text{SP}}}{y_{\text{SP}}} \cdot F_G$$

$$F_{\text{Bv}} = 5230.213 \cdot \text{newton}$$

Reibwert

$$\mu := \frac{F_{\text{Bv}}}{\text{Achslast}_v \cdot g}$$

$$\mu = 0.485$$