

Vordiplom MT Mechanik/Physik WS 2008/2009

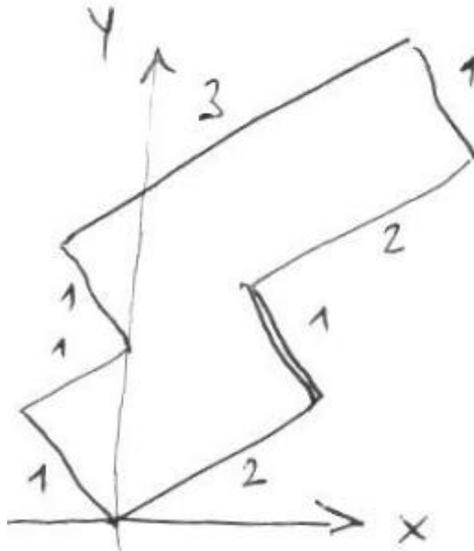
Aufgabe 1

a) Ein allgemeines Kräftesystem besteht aus folgenden Kräften:

$F_1=31 \text{ N}$	$\alpha_1=19^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (0,2)$
$F_2=17 \text{ N}$	$\alpha_2=241^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (3,1)$
$F_3=11 \text{ N}$	$\alpha_3=92^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-2,-1)$
$F_4=22 \text{ N}$	$\alpha_4=175^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-1,-4)$

Bestimme Betrag, Richtungswinkel und irgendeinen Punkt auf der Wirklinie der Resultierenden.

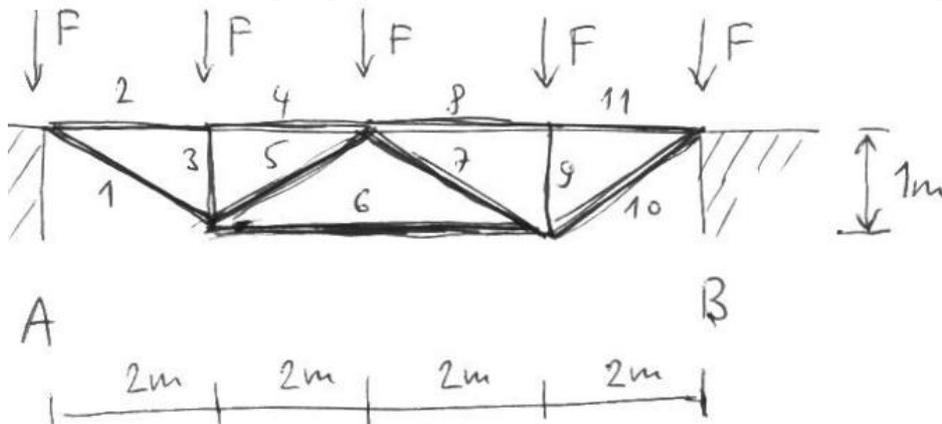
b) Bestimme die Schwerpunktkoordinaten des skizzierten Körpers.



Aufgabe 2

Brückenkonstruktion aus Stahlprofilen gemäss Skizze, $m = 1000\text{kg}$ an jeder Belastungsstelle.

Berechne die einzelnen Stabkräfte und gib an, ob es sich dabei um Zug- oder Druckkräfte handelt. Das Eigengewicht der Konstruktion wird vernachlässigt.

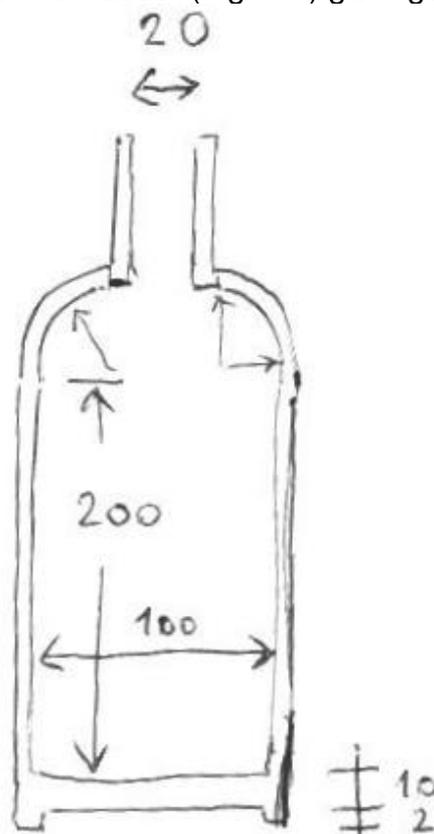


Vordiplom MT Mechanik/Physik WS 2008/2009

Aufgabe 3

Eine Weinflasche gemäss Skizze wird aus Glas mit dem spezifischen Gewicht 2.7 g/cm^3 gefertigt. Die Wanddicke beträgt einheitlich 5 mm (am Boden 10 mm). Der Hals ist innen 70 mm lang und hat einen Innendurchmesser von 20 mm .

- Welches Gewicht hat die leere Flasche?
- Welches Gewicht hat die mit Wasser (1 g/cm^3) ganz gefüllte Flasche?



Tip: Stelle die Flasche als Differenz zwischen Aussenkontur und Innenkontur dar!

Aufgabe 4

Hans hat sein Auto ($m = 1000 \text{ kg}$) an einer Steigung mit 3.5% parkiert und schlecht gesichert. Während er sich entfernt, sieht er, wie es anrollt. 10 m weiter unten ist ein anderes Fahrzeug parkiert. Was das wieder kostet!

Der Fahrwiderstand äussert sich wie eine Reibung mit $\mu = 0.025$. Ausserdem gilt:
Kraft = Masse \times Beschleunigung.

Reicht es Hans, rechtzeitig das Fahrzeug anzuhalten, wenn er für die Distanz 10 sec braucht und dann noch zwei Sekunden, um die Bremse zu ziehen? Zum Glück hat er schon unterwegs mit der Fernbedienung die Türe entriegelt!

Bemerkung: Nicht ja/nein raten, sondern Zeit berechnen!

Vordiplom MT Mechanik/Physik WS 2008/2009

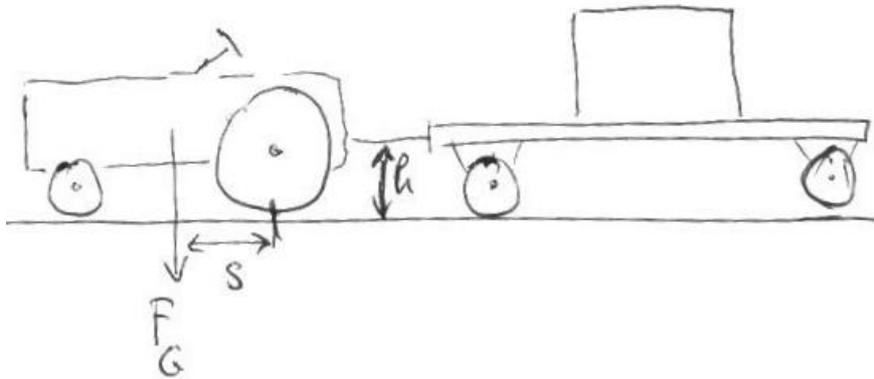
Aufgabe 5

Ein Traktor mit Hinterradantrieb zieht einen Anhänger mit einer Nutzlast (Skizze). Das Eigengewicht des Traktors mit Fahrer beträgt 1000 kg, das Leergewicht des Anhängers 500 kg. Der Anhänger hat einen Fahrwiderstand, der wie eine Reibung mit $\mu = 0.04$ wirkt.

Es ist $s = 0.5$ m und $h = 0.7$ m.

Wie gross darf die Nutzlast maximal sein, damit sie der Traktor noch ziehen kann (ausreichende Motorleistung vorausgesetzt)

- horizontal?
- unter einer Steigung von 7% bergauf?



Bewertung:

- Der Lösungsweg muss immer nachvollziehbar dokumentiert sein.
- Für jede Aufgabe werden maximal 10 Punkte vergeben.
- Richtige Teillösungen werden bewertet.

Punkte	Note
4	1-2
8	2
12	2-3
16	3
20	3-4
24	4
28	4-5
32	5
36	5-6
40+	6

Aufgabe 1a

Anzahl Kräfte Beträge Winkel ab x-Achse Angriffspunktkoordinaten

n := 4
 i := 1..n

$$F := \begin{bmatrix} 31 \\ 17 \\ 11 \\ 22 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

$$\alpha := \begin{bmatrix} 19 \\ 241 \\ 92 \\ 175 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$x := \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$y := \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Komponenten

$$F_{x_i} := F_i \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} 29.311 \\ -8.242 \\ -0.384 \\ -21.916 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

$$F_{y_i} := F_i \cdot \sin(\alpha_i)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} 10.093 \\ -14.869 \\ 10.993 \\ 1.917 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

Resultierende:

Komponenten:

$$F_{rx} := \sum_i F_{x_i}$$

$$F_{rx} = -1.231 \cdot \text{newton}$$

$$F_{ry} := \sum_i F_{y_i}$$

$$F_{ry} = 8.135 \cdot \text{newton}$$

Betrag:

$$F_r := \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_r = 8.227 \cdot \text{newton}$$

Winkel

(im Bereich 0-360 Grad):

$$\alpha_r := \text{atan}\left(\frac{F_{ry}}{F_{rx}}\right) + \text{if}(F_{rx} < 0 \cdot \text{newton}, 180 \cdot \text{deg}, 0)$$

$$\alpha_r := \alpha_r + \text{if}(\alpha_r < 0, 360 \cdot \text{deg}, 0) \quad \alpha_r = 98.604 \cdot \text{deg}$$

Wirklinie: Das Moment der Resultierenden bezüglich des Nullpunktes ist gleich der Summe der Momente der Einzelkräfte. Die Momente der Einzelkräfte werden durch ihre x- und y-Komponenten ausgedrückt. Der Angriffspunkt ist nicht eindeutig, er kann auf der Wirklinie beliebig gewählt werden.

$$l_r := \frac{\sum_i (F_{y_i} \cdot x_i - F_{x_i} \cdot y_i)}{F_r}$$

$$l_r = -25.152$$

Abstand der Wirklinie der Resultierenden vom Nullpunkt. Wenn negativ, wirkt das resultierende Moment im Uhrzeigersinn drehend, sonst im Gegenuhrzeigersinn.

$$x_r := l_r \cdot \sin(\alpha_r)$$

$$y_r := -l_r \cdot \cos(\alpha_r)$$

$$x_r = -24.869$$

$$y_r = -3.763$$

Koordinaten des dem Nullpunkt am nächsten liegenden Punktes auf der Wirklinie.

Alternativer Punkt:

$$x_{r2} := \frac{\sum_i F_{y_i} \cdot x_i}{F_{ry}} \quad x_{r2} = -8.422$$

$$y_{r2} := \frac{\sum_i F_{x_i} \cdot y_i}{F_{rx}} \quad y_{r2} = -112.465 \quad y_r + (x_{r2} - x_r) \cdot \tan(\alpha_r) = -112.465$$

Aufgabe 1b

$$F_1 := 2 \quad x_1 := \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \quad y_1 := \frac{3}{4} \cdot \sqrt{2} \quad x_1 = 0.354 \quad y_1 = 1.061$$

$$F_2 := 3 \quad x_2 := \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \quad y_2 := 2 \cdot \sqrt{2} \quad x_2 = 0.707 \quad y_2 = 2.828$$

$$F := F_1 + F_2 \quad F = 5$$

$$x_s := \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2}{F} \quad x_s = 0.566$$

$$y_s := \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F} \quad y_s = 2.121$$

Aufgabe 2

Stützkräfte

$$\begin{aligned}M &:= 1000 \cdot \text{kg} && \text{Einzellast} \\N &:= 5 && \text{Lasten} \\F &:= M \cdot g && \text{Einzellastkraft} \quad F = 9.807 \cdot \text{kN} \\F_B &:= \frac{2 \cdot F + 4 \cdot F + 6 \cdot F + 8 \cdot F}{8} && F_B = 24.517 \cdot \text{kN} \\F_A &:= N \cdot F - F_B && F_A = 24.517 \cdot \text{kN}\end{aligned}$$

Knoten I

Unbekannte Kräfte werden als Zugkräfte eingegeben.
Negative Resultate stehen für Druckkräfte.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &:= -\text{atan}\left(\frac{1}{2}\right) && \alpha_1 = -26.565 \cdot \text{deg} \\ \alpha_2 &:= 0 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} && y := \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{newton} \\ -F_A + F \end{pmatrix} \\ x &:= A^{-1} \cdot y && s_1 := x_1 && s_2 := x_2 && s_1 = 32.893 \cdot \text{kN} && s_2 = -29.42 \cdot \text{kN}\end{aligned}$$

Knoten II

$$\begin{aligned}\alpha_3 &:= 270 \cdot \text{deg} && \alpha_4 := 0 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_3) & \cos(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_3) & \sin(\alpha_4) \end{pmatrix} && y := \begin{pmatrix} s_2 \cdot \cos(\alpha_2) \\ s_2 \cdot \sin(\alpha_2) + F \end{pmatrix} \\ x &:= A^{-1} \cdot y && s_3 := x_1 && s_4 := x_2 && s_3 = -9.807 \cdot \text{kN} && s_4 = -29.42 \cdot \text{kN}\end{aligned}$$

Knoten III

$$\begin{aligned}\alpha_5 &:= -\alpha_1 && \alpha_5 = 26.565 \cdot \text{deg} \\ \alpha_6 &:= 0 \cdot \text{deg} \\ A &:= \begin{pmatrix} \cos(\alpha_5) & \cos(\alpha_6) \\ \sin(\alpha_5) & \sin(\alpha_6) \end{pmatrix} && y := \begin{pmatrix} s_1 \cdot \cos(\alpha_1) + s_3 \cdot \cos(\alpha_3) \\ s_1 \cdot \sin(\alpha_1) + s_3 \cdot \sin(\alpha_3) \end{pmatrix} \\ x &:= A^{-1} \cdot y && s_5 := x_1 && s_6 := x_2 && s_5 = -10.964 \cdot \text{kN} && s_6 = 39.227 \cdot \text{kN}\end{aligned}$$

$$\text{Symmetrie:} \quad s_7 := s_5 \quad s_8 := s_4 \quad s_9 := s_3 \quad s_{10} := s_1 \quad s_{11} := s_2$$

Übersicht

Negative Beträge stehen für Druckkräfte, positive für Zugkräfte.

$$s = \begin{bmatrix} 32.893 \\ -29.42 \\ -9.807 \\ -29.42 \\ -10.964 \\ 39.227 \\ -10.964 \\ -29.42 \\ -9.807 \\ 32.893 \\ -29.42 \end{bmatrix} \cdot \text{kN} \quad \alpha = \begin{bmatrix} -26.565 \\ 0 \\ 270 \\ 0 \\ 26.565 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

Aufgabe 3

$$d := 5 \cdot \text{mm} \quad r_i := 35 \cdot \text{mm} \quad r_a := 40 \cdot \text{mm} \quad \rho := 2.7 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$$

Aussenkontur.:

$$\begin{aligned} F_1 &:= 15 \cdot \text{mm} \cdot 315 \cdot \text{mm} & x_1 &:= \frac{15 \cdot \text{mm}}{2} & F_1 &= 4725 \cdot \text{mm}^2 & x_1 &= 7.5 \cdot \text{mm} \\ F_2 &:= \frac{\pi}{4} \cdot r_a^2 & x_2 &:= \frac{4 \cdot r_a}{3 \cdot \pi} + 15 \cdot \text{mm} & F_2 &= 1256.637 \cdot \text{mm}^2 & x_2 &= 31.977 \cdot \text{mm} \\ F_3 &:= 210 \cdot \text{mm} \cdot 40 \cdot \text{mm} & x_3 &:= 15 \cdot \text{mm} + \frac{40 \cdot \text{mm}}{2} & F_3 &= 8400 \cdot \text{mm}^2 & x_3 &= 35 \cdot \text{mm} \\ F_4 &:= 2 \cdot \text{mm} \cdot 5 \cdot \text{mm} & x_4 &:= 55 \cdot \text{mm} - \frac{d}{2} & F_4 &= 10 \cdot \text{mm}^2 & x_4 &= 52.5 \cdot \text{mm} \\ F_a &:= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 & & & F_a &= 14391.637 \cdot \text{mm}^2 \\ x_a &:= \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 + F_4 \cdot x_4}{F_a} & & & x_a &= 25.719 \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

Innenkontur:

$$\begin{aligned} F_1 &:= 10 \cdot \text{mm} \cdot 305 \cdot \text{mm} & x_1 &:= \frac{10 \cdot \text{mm}}{2} & F_1 &= 3050 \cdot \text{mm}^2 & x_1 &= 5 \cdot \text{mm} \\ F_2 &:= d \cdot 235 \cdot \text{mm} & x_2 &:= 10 \cdot \text{mm} + \frac{d}{2} & F_2 &= 1175 \cdot \text{mm}^2 & x_2 &= 12.5 \cdot \text{mm} \\ F_3 &:= \frac{\pi}{4} \cdot r_i^2 & x_3 &:= \frac{4 \cdot r_i}{3 \cdot \pi} + 15 \cdot \text{mm} & F_3 &= 962.113 \cdot \text{mm}^2 & x_3 &= 29.854 \cdot \text{mm} \\ F_4 &:= 200 \cdot \text{mm} \cdot r_i & x_4 &:= 15 \cdot \text{mm} + \frac{r_i}{2} & F_4 &= 7000 \cdot \text{mm}^2 & x_4 &= 32.5 \cdot \text{mm} \\ F_i &:= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 & & & F_i &= 12187.113 \cdot \text{mm}^2 \\ x_i &:= \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 + F_4 \cdot x_4}{F_i} & & & x_i &= 23.481 \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

Flasche: $F_F := F_a - F_i$ $F_F = 2204.524 \cdot \text{mm}^2$

$$x_F := \frac{F_a \cdot x_a - F_i \cdot x_i}{F_F} \quad x_F = 38.096 \cdot \text{mm}$$

$$V_F := 2 \cdot \pi \cdot F_F \cdot x_F \quad V_F = 527690.373 \cdot \text{mm}^3$$

$$G_F := V_F \cdot \rho \quad G_F = 1.425 \cdot \text{kg}$$

Inhalt: $V_i := 2 \cdot \pi \cdot F_i \cdot x_i$ $V_i = 1.798 \cdot \text{liter}$

Flasche voll: $G_F + V_i \cdot 1 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} = 3.223 \cdot \text{kg}$

Aufgabe 4

$$\alpha := \text{atan}(0.035) \quad \alpha = 2.005 \cdot \text{deg}$$

$$\mu_f := 0.025 \quad \text{Auto} := 1000 \cdot \text{kg} \quad s := 10 \cdot \text{m}$$

$$F_G := \text{Auto} \cdot g \quad F_G = 9.807 \cdot \text{kN}$$

$$F_r := F_G \cdot (\sin(\alpha) - \mu_f \cos(\alpha)) \quad F_r = 98.006 \cdot \text{newton} \quad \text{Hangkraft}$$

$$a := \frac{F_r}{\text{Auto}} \quad a = 0.098 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{Beschleunigung}$$

$$t_{\text{Auto}} := \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} \quad t_{\text{Auto}} = 14.285 \cdot \text{sec} \quad \text{Zeit}$$

Aufgabe 5

$$\text{Traktor} := 1000 \cdot \text{kg} \quad \text{Anhaenger} := 500 \cdot \text{kg} \quad \mu_f := 0.04 \quad s := 0.5 \cdot \text{m} \quad h := 0.7 \cdot \text{m}$$

$$\text{a) } M_S := \text{Traktor} \cdot g \cdot s \quad M_S = 4903.325 \cdot \text{newton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Nutzlast} := \frac{M_S}{g \cdot \mu_f \cdot h} - \text{Anhaenger} \quad \text{Nutzlast} = 17357.143 \cdot \text{kg}$$

$$\text{b) } \alpha := \text{atan}(0.07) \quad \alpha = 4.004 \cdot \text{deg}$$

$$M_S := M_S \cdot \cos(\alpha) \quad M_S = 4891.356 \cdot \text{newton} \cdot \text{m}$$

$$M_S = (\text{Anhaenger} + \text{Nutzlast}) \cdot g \cdot (\sin(\alpha) + \mu_f \cos(\alpha)) \cdot h$$

$$\text{Nutzlast} := \frac{M_S}{(\sin(\alpha) + \mu_f \cos(\alpha)) \cdot h \cdot g} - \text{Anhaenger} \quad \text{Nutzlast} = 5993.506 \cdot \text{kg}$$