

Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2006/2007

Aufgabe 1

a) Ein allgemeines Kräftesystem besteht aus folgenden Kräften:

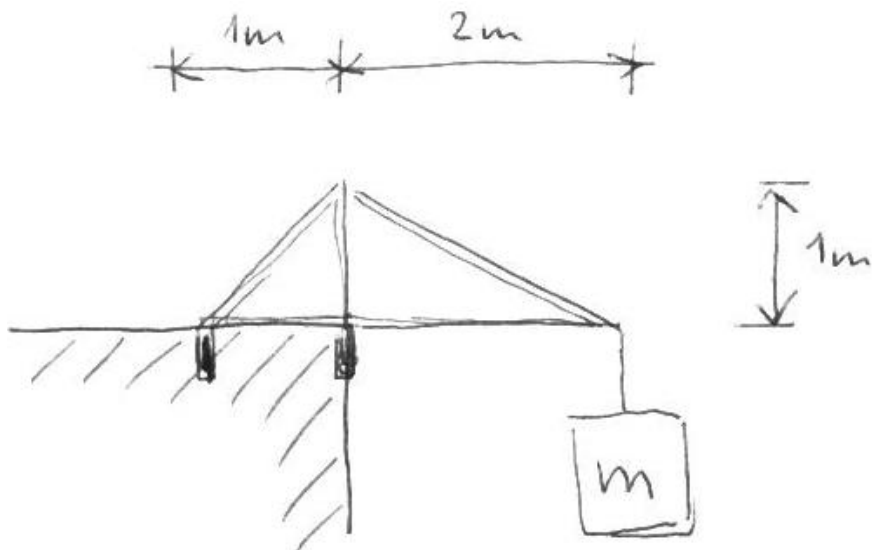
$F_1=25.2 \text{ N}$	$\alpha_1=71^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (1.1,1.2)$
$F_2=18.3 \text{ N}$	$\alpha_2=221^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-1.3,2.1)$
$F_3=12.1 \text{ N}$	$\alpha_3=102^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-2.0,3.2)$
$F_4=31.8 \text{ N}$	$\alpha_4=43.5^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (4.2,0.9)$
$F_5=19.0 \text{ N}$	$\alpha_5=333^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-5.3,1.2)$

Bestimme Betrag, Richtungswinkel und irgendeinen Punkt auf der Wirklinie der Resultierenden.

Aufgabe 2

Fachwerk aus Stahlprofilen gemäss Skizze. $m = 1000\text{kg}$.

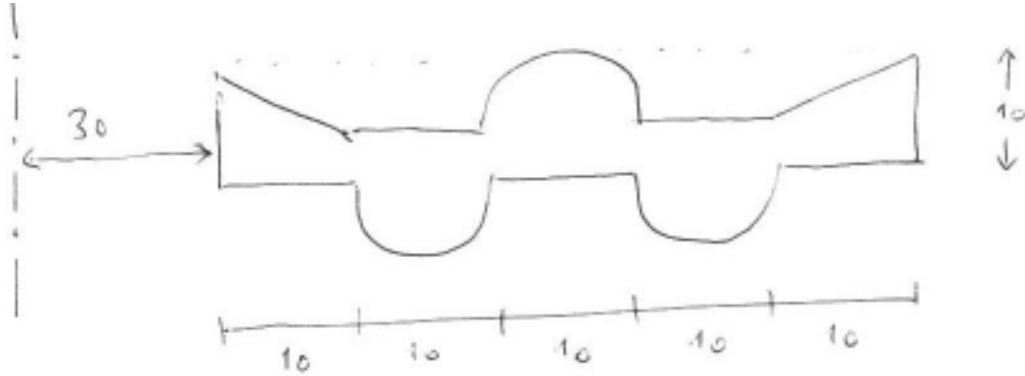
- a) Berechne die einzelnen Stabkräfte und gib an, ob es sich dabei um Zug- oder Druckkräfte handelt. Das Eigengewicht der Konstruktion wird vernachlässigt.
- b) Sind die Resultate bezüglich Zug/Druck mit dem Gefühl vereinbar? Versuche Dir vorzustellen, wie sich das Fachwerk unter Belastung verformt (in welcher Richtung sich die einzelnen Knoten verschieben), und skizziere es auf. Welche Stäbe werden dabei länger, welche kürzer?



Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2006/2007

Aufgabe 3

- a) Welches Gewicht hat der skizzierte Rotationskörper, wenn er aus Kunststoff mit spezifischem Gewicht $\rho = 1.2 \text{ kg/dm}^3$ besteht?
- b) Um wieviel schwerer wird der Körper, wenn er überall mit 600g Farbe pro m^2 lackiert wird?

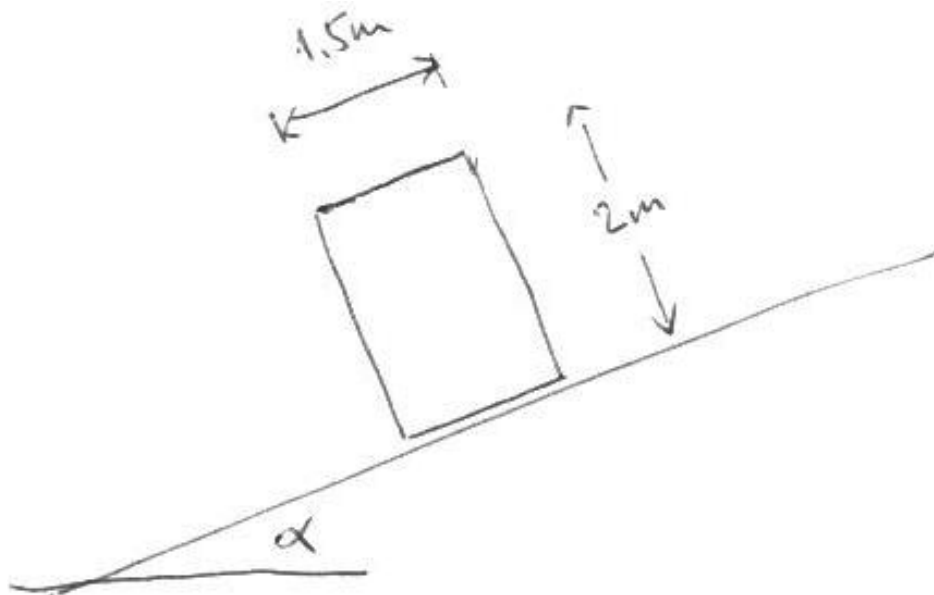


Aufgabe 4

Ein Schrank gemäss Skizze steht auf einer verstellbaren Rampe. Diese wird ganz langsam hochgestellt.

Fängt der Schrank an zu rutschen, oder was passiert? Bei welchem Neigungswinkel?

$\mu = 0.3$, $\mu_0 = 0.4$



Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2006/2007

Aufgabe 5

Ein Fallschirmspringer ($m = 100\text{kg}$, $A_p = 0.5\text{m}^2$, $c_w = 1$) lässt sich während 30 sec frei fallen. Wir nehmen an, dass er damit die stationäre Sinkgeschwindigkeit erreicht hat. Jetzt öffnet er den Fallschirm mit Durchmesser 12m ($c_w = 1.35$). Berechne die Verzögerung unmittelbar nach dem Öffnen des Fallschirmes! Die Luftdichte beträgt 1.2kg/m^3 .

Bewertung:

- Der Lösungsweg muss immer nachvollziehbar dokumentiert sein.
- Für jede Aufgabe werden maximal 8 Punkte vergeben.
- Richtige Teillösungen werden mit Teilpunkten bewertet.

Punkte	Note
4	1-2
8	2
12	2-3
18	3
20	3-4
24	4
28	4-5
32	5
36	5-6
40	6

Aufgabe 1

Anzahl Kräfte

Beträge

Winkel ab x-Achse

Angriffspunktkoordinaten

$$n := 5$$

$$i := 1..n$$

$$F := \begin{bmatrix} 25.2 \\ 18.3 \\ 12.1 \\ 31.8 \\ 19.0 \end{bmatrix} \cdot \text{newton} \quad \alpha := \begin{bmatrix} 71 \\ 221 \\ 102 \\ 43.5 \\ 333 \end{bmatrix} \cdot \text{deg} \quad x := \begin{bmatrix} 1.1 \\ -1.3 \\ -2.0 \\ 4.2 \\ -5.3 \end{bmatrix} \quad y := \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.1 \\ 3.2 \\ 0.9 \\ 1.2 \end{bmatrix}$$

Komponenten

$$F_{x_i} := F_i \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} 8.204 \\ -13.811 \\ -2.516 \\ 23.067 \\ 16.929 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

$$F_{y_i} := F_i \cdot \sin(\alpha_i)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} 23.827 \\ -12.006 \\ 11.836 \\ 21.89 \\ -8.626 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

Resultierende:

Komponenten:

$$F_{rx} := \sum_i F_{x_i}$$

$$F_{rx} = 31.873 \cdot \text{newton}$$

$$F_{ry} := \sum_i F_{y_i}$$

$$F_{ry} = 36.921 \cdot \text{newton}$$

Betrag:

$$F_r := \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_r = 48.775 \cdot \text{newton}$$

Winkel

(im Bereich 0-360 Grad):

$$\alpha_r := \text{atan}\left(\frac{F_{ry}}{F_{rx}}\right) + \text{if}(F_{rx} < 0 \cdot \text{newton}, 180 \cdot \text{deg}, 0)$$

$$\alpha_r := \alpha_r + \text{if}(\alpha_r < 0, 360 \cdot \text{deg}, 0) \quad \alpha_r = 49.196 \cdot \text{deg}$$

Wirklinie: Das Moment der Resultierenden bezüglich des Nullpunktes ist gleich der Summe der Momente der Einzelkräfte. Die Momente der Einzelkräfte werden durch ihre x- und y-Komponenten ausgedrückt. Der Angriffspunkt ist nicht eindeutig, er kann auf der Wirklinie beliebig gewählt werden.

$$l_r := \frac{\sum_i (F_{y_i} \cdot x_i - F_{x_i} \cdot y_i)}{F_r} \quad l_r = 2.91$$

Abstand der Wirklinie der Resultierenden vom Nullpunkt. Wenn negativ, wirkt das resultierende Moment im Uhrzeigersinn drehend, sonst im Gegenuhrzeigersinn.

$$x_r := l_r \cdot \sin(\alpha_r)$$

$$y_r := -l_r \cdot \cos(\alpha_r)$$

$$x_r = 2.203$$

$$y_r = -1.902$$

Koordinaten des dem Nullpunkt am nächsten liegenden Punktes auf der Wirklinie.

Aufgabe 2

$$\text{kN} \equiv 1000 \cdot \text{newton}$$

Stützkräfte

$$M := 1000 \cdot \text{kg} \quad F := M \cdot g$$

$$F = 9806.65 \cdot \text{newton} \quad \alpha_F := 270 \cdot \text{deg} \quad F_y := F \cdot \sin(\alpha_F) \quad F_y = -9.807 \cdot \text{kN}$$

$$F_A := 2 \cdot F_y \quad F_A = -19613.3 \cdot \text{newton}$$

$$F_B := -3 \cdot F_y \quad F_B = 29419.95 \cdot \text{newton}$$

Knoten I

Unbekannte Kräfte werden als Zugkräfte eingegeben.
Negative Resultate stehen für Druckkräfte.

$$\alpha_1 := 180 \cdot \text{deg} - \text{atan}\left(\frac{1}{2}\right) \quad \alpha_1 = 153.435 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_2 := 180 \cdot \text{deg}$$

$$A := \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{newton} \\ -F_y \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad s_1 := x_1 \quad s_2 := x_2 \quad s_1 = 21.928 \cdot \text{kN} \quad s_2 = -19.613 \cdot \text{kN}$$

Knoten II

$$\alpha_3 := 90 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

$$A := \begin{pmatrix} \cos(\alpha_3) & \cos(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_3) & \sin(\alpha_4) \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} s_2 \cdot \cos(\alpha_2) \\ s_2 \cdot \sin(\alpha_2) - F_B \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad s_3 := x_1 \quad s_4 := x_2 \quad s_3 = -29.42 \cdot \text{kN} \quad s_4 = -19.613 \cdot \text{kN}$$

Knoten III

$$\alpha_5 := 180 \cdot \text{deg} + \text{atan}\left(\frac{1}{1}\right) \quad \alpha_5 = 225 \cdot \text{deg}$$

$$s_5 := \frac{s_1 \cdot \cos(\alpha_1) + s_3 \cdot \cos(\alpha_3)}{\cos(\alpha_5)} \quad s_5 = 27737.395 \cdot \text{newton}$$

Übersicht

Negative Beträge stehen für Druckkräfte, positive für Zugkräfte.

$$s = \begin{bmatrix} 21.928 \\ -19.613 \\ -29.42 \\ -19.613 \\ 27.737 \end{bmatrix} \cdot \text{kN} \quad \alpha = \begin{bmatrix} 153.435 \\ 180 \\ 90 \\ 180 \\ 225 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

Aufgabe 3a

$$\rho := 1.2 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$$

$$r_1 := 30 \cdot \text{mm}$$

$$l := 10 \cdot \text{mm}$$

$$r := \frac{l}{2}$$

$$A_1 := 50 \cdot \text{mm} \cdot 5 \cdot \text{mm}$$

$$A_1 = 250 \cdot \text{mm}^2$$

$$x_1 := r_1 + 50 \cdot \frac{\text{mm}}{2}$$

$$x_1 = 55 \cdot \text{mm}$$

$$A_2 := \frac{l^2}{4}$$

$$A_2 = 25 \cdot \text{mm}^2$$

$$x_2 := r_1 + \frac{l}{3}$$

$$x_2 = 33.333 \cdot \text{mm}$$

$$A_3 := A_2$$

$$x_3 := r_1 + 50 \cdot \text{mm} - \frac{l}{3}$$

$$x_3 = 76.667 \cdot \text{mm}$$

$$A_4 := \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$$

$$A_4 = 39.27 \cdot \text{mm}^2$$

$$x_4 := r_1 + l + r$$

$$x_4 = 45 \cdot \text{mm}$$

$$A_5 := A_4$$

$$x_5 := r_1 + 3 \cdot l + r$$

$$x_5 = 65 \cdot \text{mm}$$

$$A_6 := A_4$$

$$x_6 := r_1 + 2 \cdot l + r$$

$$x_6 = 55 \cdot \text{mm}$$

$$V := 2 \cdot \pi \cdot (A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 + A_5 \cdot x_5 + A_6 \cdot x_6)$$

$$V = 144.385 \cdot \text{cm}^3$$

Wegen der Symmetrie liegt der Schwerpunkt in der Mitte!

$$V \cdot \rho = 0.173 \cdot \text{kg}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 = 417.81 \cdot \text{mm}^2$$

Aufgabe 3b

$$\sigma := 0.6 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$l_1 := l$$

$$l_1 = 10 \cdot \text{mm}$$

$$x_1 := r_1$$

$$x_1 = 30 \cdot \text{mm}$$

$$l_2 := l$$

$$x_2 := r_1 + \frac{l}{2}$$

$$x_2 = 35 \cdot \text{mm}$$

$$l_3 := r \cdot \pi$$

$$l_3 = 15.708 \cdot \text{mm}$$

$$x_3 := r_1 + l + r$$

$$x_3 = 45 \cdot \text{mm}$$

$$l_4 := l$$

$$x_4 := r_1 + 2 \cdot l + r$$

$$x_4 = 55 \cdot \text{mm}$$

$$l_5 := l_3$$

$$x_5 := r_1 + 3 \cdot l + r$$

$$x_5 = 65 \cdot \text{mm}$$

$$l_6 := l$$

$$x_6 := r_1 + 4 \cdot l + r$$

$$x_6 = 75 \cdot \text{mm}$$

$$l_7 := l$$

$$x_7 := r_1 + 5 \cdot l$$

$$x_7 = 80 \cdot \text{mm}$$

$$l_8 := \sqrt{l^2 + r^2}$$

$$l_8 = 11.18 \cdot \text{mm}$$

$$x_8 := x_6$$

$$l_9 := l$$

$$x_9 := x_5$$

$$l_{10} := l_3$$

$$x_{10} := x_4$$

$$l_{11} := l$$

$$x_{11} := x_3$$

$$l_{12} := l_8$$

$$x_{12} := x_2$$

$$O := 2 \cdot \pi \cdot (l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + l_3 \cdot x_3 + l_4 \cdot x_4 + l_5 \cdot x_5 + l_6 \cdot x_6 + l_7 \cdot x_7 + l_8 \cdot x_8 + l_9 \cdot x_9 + l_{10} \cdot x_{10} + l_{11} \cdot x_{11} + l_{12} \cdot x_{12})$$

$$O = 482.024 \cdot \text{cm}^2$$

$$O \cdot \sigma = 28.921 \cdot \text{gm}$$

Wegen der Symmetrie liegt der Schwerpunkt in der Mitte!

Aufgabe 4

$$\mu_0 := 0.4$$

$$\text{atan}(\mu_0) = 21.801 \cdot \text{deg}$$

Bei diesem Winkel wird die resultierende Hangabtriebskraft >0

$$\text{atan}\left(\frac{0.75 \cdot \text{m}}{1 \cdot \text{m}}\right) = 36.87 \cdot \text{deg}$$

Bei diesem Winkel überschreitet die Wirklinie der Gewichtskraft die Kippkante

Der Körper fängt bei Neigung 21.8° an zu rutschen!

Aufgabe 5

$$\rho_L := 1.2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

stationäre Sinkgeschwindigkeit:

ohne Fallschirm:

$$A_p := 0.5 \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Masse} := 100 \cdot \text{kg}$$

$$c_w := 1$$

$$v := \sqrt{\frac{2 \cdot \text{Masse} \cdot g}{c_w \cdot \rho_L \cdot A_p}}$$

$$v = 57.174 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$v = 205.827 \cdot \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

Fallschirmabmessungen: $r := 6 \cdot \text{m}$

$$A_p := r^2 \cdot \pi$$

$$A_p = 113.097 \cdot \text{m}^2$$

$$c_w := 1.35$$

$$F_w := \frac{c_w \cdot \rho_L \cdot A_p}{2} \cdot v^2$$

$$F_w = 299458.616 \cdot \text{newton}$$

$$a := g - \frac{F_w}{\text{Masse}}$$

$$a = -2984.78 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\frac{a}{g} = -304.363$$

Das kann nicht sein! Der Fallschirm öffnet sich eben nicht schlagartig.