

# Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2004/2005

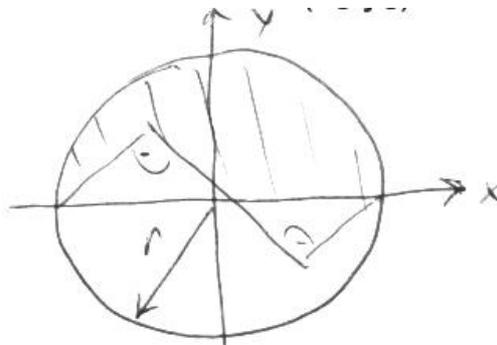
## Aufgabe 1

a) Ein allgemeines Kräftesystem besteht aus folgenden Kräften:

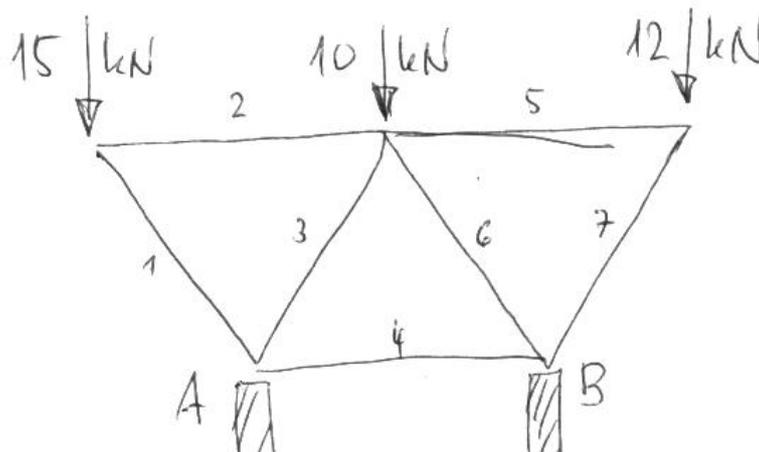
$F_1=79 \text{ N}$	$\alpha_1=290^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (3,7)$
$F_2=28 \text{ N}$	$\alpha_2=230^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-1,0)$
$F_3=22 \text{ N}$	$\alpha_3=120^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (2,4.8)$
$F_4=39 \text{ N}$	$\alpha_4=43^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (28,0.9)$
$F_5=17.2 \text{ N}$	$\alpha_5=137^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (-5.4,12)$
$F_6=44 \text{ N}$	$\alpha_6=131^\circ$	Ansatzpunkt: $(x,y) = (0,0.1)$

Bestimme Betrag, Richtungswinkel und irgendeinen Punkt auf der Wirklinie der Resultierenden.

b) Bestimme die Schwerpunktskoordinaten  $(x_S/y_S)$  der folgenden Figur ( $r = 2$ ).



## Aufgabe 2

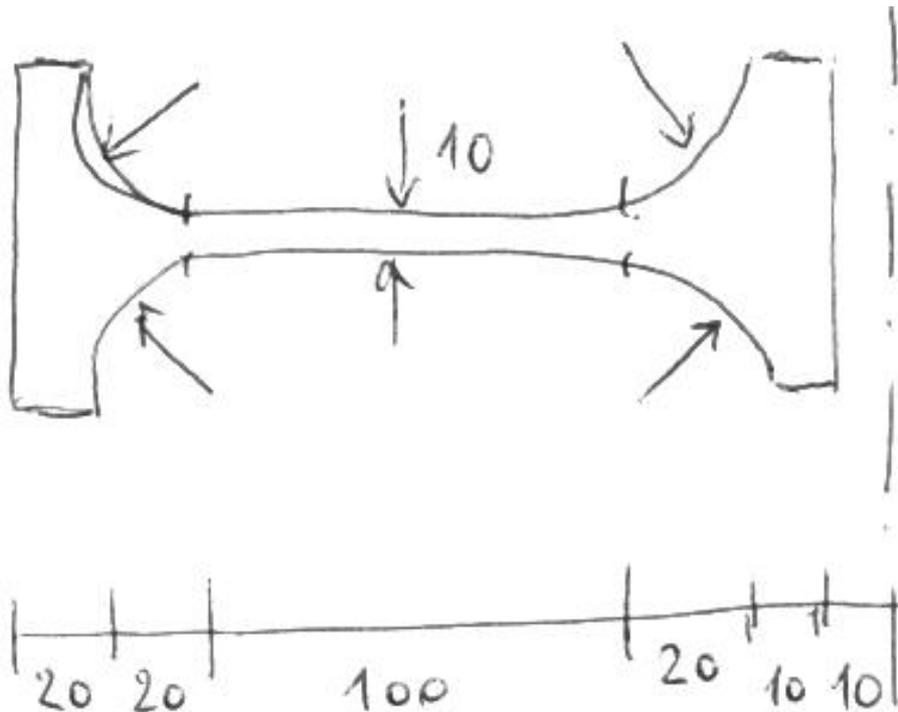


Fachwerk aus Stahlprofilen. Alle Stäbe haben Länge 2m.

- Berechne die einzelnen Stabkräfte und gib an, ob es sich dabei um Zug- oder Druckkräfte handelt. Das Eigengewicht der Konstruktion wird vernachlässigt.
- Sind die Resultate bezüglich Zug/Druck mit dem Gefühl vereinbar? Versuche Dir vorzustellen, wie sich das Fachwerk unter Belastung verformt (in welcher Richtung sich die einzelnen Knoten verschieben), und skizziere es auf. Welche Stäbe werden dabei länger, welche kürzer?

# Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2004/2005

## Aufgabe 3



- Welches Gewicht hat der skizzierte Rotationskörper, wenn er aus Kunststoff mit spezifischem Gewicht  $\rho = 1120\text{g/dm}^3$  besteht?
- Um wieviel schwerer wird der Körper, wenn er überall mit  $530\text{g}$  Farbe pro  $\text{m}^2$  lackiert wird?

## Aufgabe 4

Von einem mit  $60\text{ km/h}$  auf einer Steigung von  $6\text{‰}$  bergwärts fahrenden Eisenbahnzug löst sich der letzte Waggon. Leider funktioniert die Bremse nicht. Der Fahrwiderstand wirkt wie eine Reibung mit  $\mu = 0.002$ .

- Nach welcher Zeit kommt der Waggon zum Stillstand? (Hinweis: Schreibe zuerst die resultierende Kraft hin!)
- Welche Geschwindigkeit hat der Waggon 10 Minuten nach dem Bruch der Kupplung, und bei welchem Streckenkilometer befindet er sich bezogen auf den Ort, wo die Kupplung brach?

# Vordiplom MT/BT Mechanik/Physik WS 2004/2005

## Aufgabe 5

Zwei ruhende Körper gleicher Masse werden nebeneinander auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$  gleichzeitig freigelassen.

Der eine Körper hat einen Vorsprung von 5m, sein Reibungskoeffizient zur Unterlage beträgt  $\mu = 0.3$ , beim oberen Körper ist  $\mu = 0.15$ .

Nach wie langer Zeit holt der obere Körper den unteren ein?

### **Bewertung:**

- Der Lösungsweg muss immer nachvollziehbar dokumentiert sein.
- Für jede Aufgabe werden maximal 8 Punkte vergeben (Aufgabe 1: a und b je 4 Punkte).
- Richtige Lösungsansätze werden bewertet

Punkte	Note
4	1-2
8	2
12	2-3
18	3
20	3-4
24	4
28	4-5
32	5
36	5-6
40	6

**Aufgabe 1a**

Anzahl Kräfte	Beträge	Winkel ab x-Achse	Angriffspunktkoordinaten	
$n := 6$	$F := \begin{bmatrix} 79 \\ 28 \\ 22 \\ 39 \\ 17.2 \\ 44 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$	$\alpha := \begin{bmatrix} 290 \\ 230 \\ 120 \\ 43 \\ 137 \\ 131 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$	$x := \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 28 \\ -5.4 \\ 0 \end{bmatrix}$	$y := \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 4.8 \\ 0.9 \\ 12 \\ 0.1 \end{bmatrix}$
$i := 1..n$				

**Komponenten**

$$F_{x_i} := F_i \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} 27.02 \\ -17.998 \\ -11 \\ 28.523 \\ -12.579 \\ -28.867 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

$$F_{y_i} := F_i \cdot \sin(\alpha_i)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} -74.236 \\ -21.449 \\ 19.053 \\ 26.598 \\ 11.73 \\ 33.207 \end{bmatrix} \cdot \text{newton}$$

Resultierende:

Komponenten:

$$F_{rx} := \sum_i F_{x_i}$$

$$F_{rx} = -14.902 \cdot \text{newton}$$

$$F_{ry} := \sum_i F_{y_i}$$

$$F_{ry} = -5.097 \cdot \text{newton}$$

**Betrag:**

$$F_r := \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_r = 15.749 \cdot \text{newton}$$

**Winkel**  
(im Bereich 0-360 Grad):

$$\alpha_r := \text{atan}\left(\frac{F_{ry}}{F_{rx}}\right) + \text{if}(F_{rx} < 0 \cdot \text{newton}, 180 \cdot \text{deg}, 0)$$

$$\alpha_r := \alpha_r + \text{if}(\alpha_r < 0, 360 \cdot \text{deg}, 0) \quad \alpha_r = 198.883 \cdot \text{deg}$$

**Wirklinie:** Das Moment der Resultierenden bezüglich des Nullpunktes ist gleich der Summe der Momente der Einzelkräfte. Die Momente der Einzelkräfte werden durch ihre x- und y-Komponenten ausgedrückt. Der Angriffspunkt ist nicht eindeutig, er kann auf der Wirklinie beliebig gewählt werden.

$$l_r := \frac{\sum_i (F_{y_i} \cdot x_i - F_{x_i} \cdot y_i)}{F_r} \quad l_r = 32.388$$

Abstand der Wirklinie der Resultierenden vom Nullpunkt. Wenn negativ, wirkt das resultierende Moment im Uhrzeigersinn drehend, sonst im Gegenuhrzeigersinn.

$$\begin{aligned} x_r &:= l_r \cdot \sin(\alpha_r) & x_r &= -10.482 \\ y_r &:= -l_r \cdot \cos(\alpha_r) & y_r &= 30.645 \end{aligned}$$

Koordinaten des dem Nullpunkt am nächsten liegenden Punktes auf der Wirklinie.

## Aufgabe 1b

$$r := 2$$

$$F_1 := \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi \quad F_1 = 6.283$$

$$F_2 := \left(\frac{r}{2}\right)^2 \quad F_2 = 1$$

$$x_s := \frac{F_2 \cdot \frac{r}{2} - F_2 \cdot \left(-\frac{r}{2}\right)}{F_1} \quad x_s = 0.318$$

$$y_s := \frac{F_1 \cdot \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi} - F_2 \cdot \frac{r}{6} - F_2 \cdot \frac{r}{6}}{F_1} \quad y_s = 0.743$$

## Aufgabe 2

$$\text{kN} \equiv 1000 \cdot \text{newton}$$

### Stützkräfte

$$F_1 := 15 \cdot \text{kN}$$

$$F_2 := 30 \cdot \text{kN}$$

$$F_3 := 12 \cdot \text{kN}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} F_1 + F_2 + F_3 \\ 3 \cdot F_1 + 1 \cdot F_2 - 1 \cdot F_3 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad F_A := x_1 \quad F_B := x_2 \\ F_A = 31.5 \cdot \text{kN} \quad F_B = 25.5 \cdot \text{kN}$$

### Knoten I

Unbekannte Kräfte werden als Zugkräfte eingegeben.  
Negative Resultate stehen für Druckkräfte.

$$\alpha_1 := 300 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_2 := 0 \cdot \text{deg}$$

$$A := \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{kN} \\ F_1 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad s_1 := x_1 \quad s_2 := x_2 \quad s_1 = -17.321 \cdot \text{kN} \quad s_2 = 8.66 \cdot \text{kN}$$

### Knoten II

$$\alpha_3 := 60 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

$$A := \begin{pmatrix} \cos(\alpha_3) & \cos(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_3) & \sin(\alpha_4) \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} s_1 \cdot \cos(\alpha_1) \\ s_1 \cdot \sin(\alpha_1) - F_A \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad s_3 := x_1 \quad s_4 := x_2 \quad s_3 = -19.053 \cdot \text{kN} \quad s_4 = 0.866 \cdot \text{kN}$$

### Knoten III

$$\alpha_5 := 0 \cdot \text{deg}$$

$$\alpha_6 := \alpha_1$$

$$A := \begin{pmatrix} \cos(\alpha_5) & \cos(\alpha_6) \\ \sin(\alpha_5) & \sin(\alpha_6) \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} s_2 \cdot \cos(\alpha_2) + s_3 \cdot \cos(\alpha_3) \\ s_2 \cdot \sin(\alpha_2) + s_3 \cdot \sin(\alpha_3) + F_2 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot y \quad s_5 := x_1 \quad s_6 := x_2 \quad s_5 = 6.928 \cdot \text{kN} \quad s_6 = -15.588 \cdot \text{kN}$$

### Knoten IV

$$\alpha_7 := \alpha_3 \quad s_7 := \frac{s_4 \cdot \cos(\alpha_4) + s_6 \cdot \cos(\alpha_6)}{\cos(\alpha_7)} \quad s_7 = -13.856 \cdot \text{kN}$$

### Übersicht

Negative Beträge stehen für Druckkräfte, positive für Zugkräfte.

$$s = \begin{bmatrix} -17.321 \\ 8.66 \\ -19.053 \\ 0.866 \\ 6.928 \\ -15.588 \\ -13.856 \end{bmatrix} \cdot \text{kN} \quad \alpha = \begin{bmatrix} 300 \\ 0 \\ 60 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 60 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

### Aufgabe 3a

$$\rho := 1.12 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} \quad r := 20 \cdot \text{mm}$$

$$x_1 := 15 \cdot \text{mm} \quad A_1 := 10 \cdot \text{mm} \cdot 50 \cdot \text{mm}$$

$$x_2 := 90 \cdot \text{mm} \quad A_2 := 10 \cdot \text{mm} \cdot 140 \cdot \text{mm}$$

$$x_3 := 170 \cdot \text{mm} \quad A_3 := 20 \cdot \text{mm} \cdot 50 \cdot \text{mm}$$

$$x_4 := 40 \cdot \text{mm} - \frac{r}{3 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)} \quad A_4 := 2 \cdot r^2 - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$x_5 := 140 \cdot \text{mm} + \frac{r}{3 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)} \quad A_5 := A_4$$

$$V := 2 \cdot \pi \cdot (A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 + A_5 \cdot x_5)$$

$$V = 2101.114 \cdot \text{cm}^3$$

$$V \cdot \rho = 2.353 \cdot \text{kg}$$

### Aufgabe 3b

$$\sigma := 0.53 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$x_1 := 10 \cdot \text{mm} \quad l_1 := 50 \cdot \text{mm}$$

$$x_2 := 15 \cdot \text{mm} \quad l_2 := 10 \cdot \text{mm}$$

$$x_3 := 40 \cdot \text{mm} - \frac{2 \cdot r}{\pi} \quad x_3 = 27.268 \cdot \text{mm} \quad l_3 := r \cdot \pi$$

$$x_4 := 90 \cdot \text{mm} \quad l_4 := 100 \cdot \text{mm}$$

$$x_5 := 140 \cdot \text{mm} + \frac{2 \cdot r}{\pi} \quad x_5 = 152.732 \cdot \text{mm} \quad l_5 := l_3$$

$$x_6 := 170 \cdot \text{mm} \quad l_6 := 20 \cdot \text{mm}$$

$$x_7 := 180 \cdot \text{mm} \quad l_7 := 50 \cdot \text{mm}$$

$$O := 2 \cdot \pi \cdot (l_1 \cdot x_1 + 2 \cdot l_2 \cdot x_2 + l_3 \cdot x_3 + 2 \cdot l_4 \cdot x_4 + l_5 \cdot x_5 + 2 \cdot l_6 \cdot x_6 + l_7 \cdot x_7) \quad O = 2884.594 \cdot \text{cm}^2$$

$$O \cdot \sigma = 152.883 \cdot \text{gm}$$

#### Aufgabe 4

$$\mu := 0.002 \quad v_0 := 60 \cdot \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$
$$\alpha := \text{atan}(0.006) \quad \alpha = 0.344 \cdot \text{deg}$$

Stillstand:

$$a_0 := g \cdot (\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)) \quad a_0 = 0.078 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$
$$t_0 := \frac{v_0}{a_0} \quad t_0 = 212.445 \cdot \text{sec}$$
$$s_0 := v_0 \cdot t_0 - \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t_0^2 \quad s_0 = 1770.373 \cdot \text{m}$$

nach 10 Minuten:

$$a_1 := -g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) \quad a_1 = -0.039 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$
$$t_1 := 10 \cdot \text{min} \quad t := t_1 - t_0$$
$$s_1 := s_0 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 \quad s_1 = -1.175 \cdot \text{km}$$
$$v_1 := a_1 \cdot t \quad v_1 = -54.728 \cdot \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

#### Aufgabe 5

$$\alpha := 30 \cdot \text{deg} \quad \mu_1 := 0.15 \quad \mu_2 := 0.3 \quad V := 5 \cdot \text{m}$$
$$a_1 := g \cdot (\sin(\alpha) - \mu_1 \cdot \cos(\alpha)) \quad a_1 = 3.629 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$
$$a_2 := g \cdot (\sin(\alpha) - \mu_2 \cdot \cos(\alpha)) \quad a_2 = 2.355 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$
$$\sqrt{\frac{2 \cdot V}{a_1 - a_2}} = 2.802 \cdot \text{sec}$$