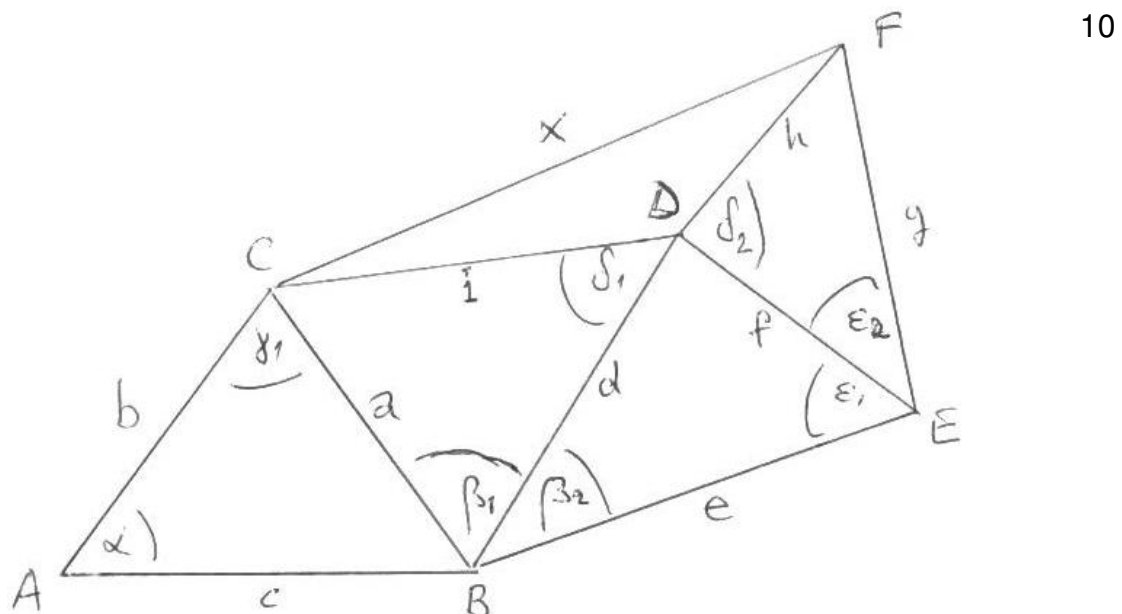


Punkte**1. Aufgabe**

- a) Zufluss A braucht allein 10 Minuten länger als zusammen mit Zufluss B, um ein Gefäß zu füllen. B allein braucht 12 Minuten. Wie lange braucht A allein? 3
- b) Wieviel 35%-ige und wieviel 60%-ige Salzsäure muss man mischen, um 100l 50%-ige Salzsäure zu erhalten? 3
- c) Für eine bestimmte Arbeit brauchen A und B zusammen 12 Tage, für die gleiche Arbeit brauchen A und C zusammen 15 Tage. Wenn A, B und C alle drei zusammen arbeiten, ist die Arbeit in 8 Tagen fertig. Wie lange braucht A allein? 4

2. Aufgabe

Gegeben: $b = 1.3\text{km}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta_1 = 50^\circ$, $\beta_2 = 40^\circ$, $\gamma_1 = 70^\circ$, $\delta_1 = 35^\circ$, $\delta_2 = 87^\circ$, $\epsilon_1 = 65^\circ$, $\epsilon_2 = 25^\circ$

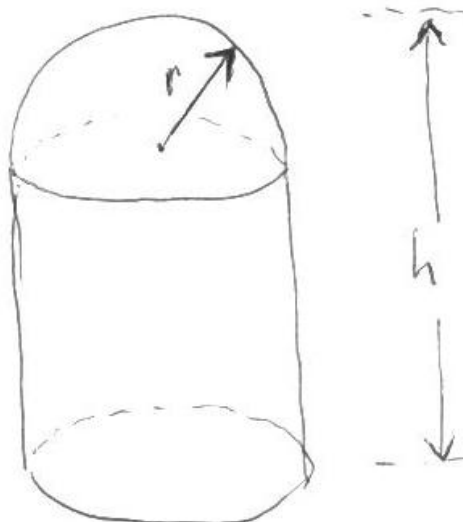
Gesucht: x

3. Aufgabe

- Bei der Qualitätskontrolle von Kugellagerkugeln werden folgende Durchmesser gemessen: 10
- 5.44, 5.32, 5.35, 5.41, 5.33, 5.37, 5.41, 5.4, 5.39, 5.42.
- a) Bestimme Mittelwert und Standardabweichung.
- b) In welchem Bereich erwarten wir aufgrund dieser Stichprobe 99% der Resultate? (Normalverteilung annehmen)

4. Aufgabe

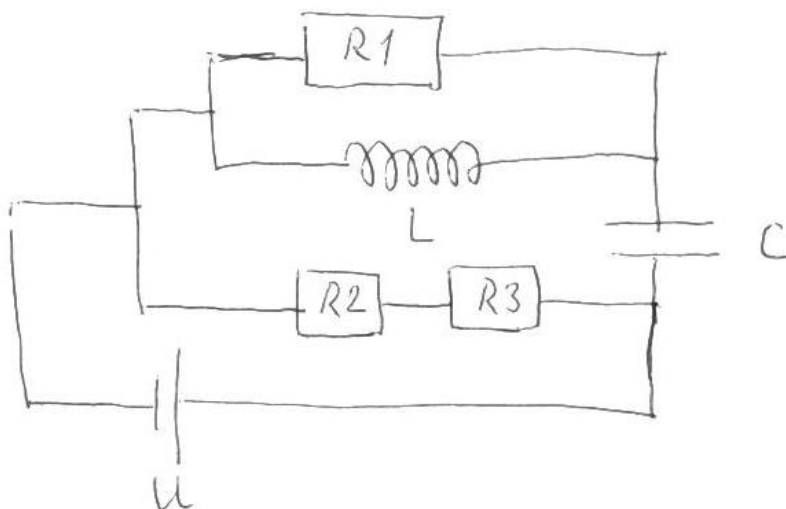
10



Ein Körper gemäss Skizze (Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel) soll bei einem Volumen von 0.1m^3 eine möglichst kleine Oberfläche haben. Bestimme r und h .

5. Aufgabe

10



$R1 = 130\ \Omega$, $R2 = 200\ \Omega$, $R3 = 300\ \Omega$, $L = 500\ \text{mH}$, $C = 225\ \mu\text{F}$

U sei eine Wechselspannung mit $50\ \text{Hz}$.

Berechne Wirkwiderstand und Blindwiderstand der Schaltung sowie die Phasenverschiebung des Stromes gegenüber der Spannung U .

Bewertung:

Maximal sind 50 Punkte möglich.

Note = $1 + \frac{\text{Punkte}}{9}$ (gerundet auf Zehntelnoten), maximal Note 6.

Vordiplomprüfung Mathematik 2009: Lösung

Aufgabe 1a)

Es gilt $t_A = t_{A+B} + 10$ und $\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{t_{A+B}}$

$$t_B := 12 \cdot \text{min}$$

$$\frac{1}{t_A - 10 \cdot \text{min}} = \frac{1}{t_A} + \frac{1}{12 \cdot \text{min}} \quad \text{Lösungen: } \left(\frac{5 \cdot \text{min} + \sqrt{145 \cdot \text{min}}}{5 \cdot \text{min} - \sqrt{145 \cdot \text{min}}} \right) = \left(\frac{17.042}{-7.042} \right) \cdot \text{min} \quad \text{muss } > 0 \text{ sein}$$

Aufgabe 1b)

x = Anzahl l 35%-Säure

$$\text{Salzsäuregehalt: } 0.35 \cdot x + 0.6 \cdot (100 - x) = 0.5 \cdot 100 \quad \text{Lösung: } 40.$$

Aufgabe 1c)

x: Anzahl Tage, die A allein braucht: Leistung $A = \frac{1}{x}$

$$\text{Leistung A} + \text{Leistung B} = \frac{1}{12 \cdot \text{day}} \quad \text{Leistung B} = \frac{1}{12 \cdot \text{day}} - \frac{1}{x}$$

$$\text{Leistung A} + \text{Leistung C} = \frac{1}{15 \cdot \text{day}} \quad \text{Leistung C} = \frac{1}{15 \cdot \text{day}} - \frac{1}{x}$$

$$\text{Leistung von A, B, C zusammen: } \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{12 \cdot \text{day}} - \frac{1}{x} \right) + \left(\frac{1}{15 \cdot \text{day}} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{8 \cdot \text{day}} \quad \text{Lösung: } 40 \cdot \text{day}$$

Aufgabe 2

Gegebene Größen: $b := 1.3 \cdot \text{km}$

$$\alpha := 60 \cdot \text{deg} \quad \beta_1 := 50 \cdot \text{deg} \quad \beta_2 := 40 \cdot \text{deg} \quad \gamma_1 := 70 \cdot \text{deg}$$

$$\delta_1 := 35 \cdot \text{deg} \quad \delta_2 := 87 \cdot \text{deg} \quad \varepsilon_1 := 65 \cdot \text{deg} \quad \varepsilon_2 := 25 \cdot \text{deg}$$

$$\beta := 180 \cdot \text{deg} - \alpha - \gamma_1$$

$$\beta = 50 \cdot \text{deg}$$

$$a := \sin(\alpha) \cdot \frac{b}{\sin(\beta)}$$

$$a = 1.47 \cdot \text{km}$$

Sinussatz

$$i := \sin(\beta_1) \cdot \frac{a}{\sin(\delta_1)}$$

$$i = 1.963 \cdot \text{km}$$

Sinussatz

$$\gamma_2 := 180 \cdot \text{deg} - \beta_1 - \delta_1$$

$$\gamma_2 = 95 \cdot \text{deg}$$

$$d := \sin(\gamma_2) \cdot \frac{a}{\sin(\delta_1)}$$

$$d = 2.553 \cdot \text{km}$$

Sinussatz

$$f := \sin(\beta_2) \cdot \frac{d}{\sin(\varepsilon_1)}$$

$$f = 1.81 \cdot \text{km}$$

Sinussatz

$$\varphi := 180 \cdot \text{deg} - \delta_2 - \varepsilon_2$$

$$\varphi = 68 \cdot \text{deg}$$

$$h := \sin(\varepsilon_2) \cdot \frac{f}{\sin(\varphi)}$$

$$h = 0.825 \cdot \text{km}$$

Sinussatz

$$\delta_3 := 180 \cdot \text{deg} - \beta_2 - \varepsilon_1$$

$$\delta_3 = 75 \cdot \text{deg}$$

$$\delta := 360 \cdot \text{deg} - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3$$

$$\delta = 163 \cdot \text{deg}$$

$$x := \sqrt{i^2 + h^2 - 2 \cdot i \cdot h \cdot \cos(\delta)}$$

$$x = 2.763 \cdot \text{km}$$

Cosinussatz

Aufgabe 3

$$R := \begin{bmatrix} 5.44 \\ 5.32 \\ 5.35 \\ 5.41 \\ 5.33 \\ 5.37 \\ 5.41 \\ 5.4 \\ 5.39 \\ 5.42 \end{bmatrix} \quad R_m := \text{mean}(R) \quad \sigma := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\text{last}(R)} (R_i - R_m)^2}{\text{last}(R)}}$$

Mittelwert: $R_m = 5.384$

Standardabweichung: $\sigma = 0.04$

99%-Vertrauensintervall: $R_m - 2.576 \cdot \sigma = 5.281$

$$R_m + 2.576 \cdot \sigma = 5.487$$

Aufgabe 4

$$V := 0.1 \cdot \text{m}^3$$

Oberfläche: $A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + (h - r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r + r^2 \cdot \pi = \pi \cdot r \cdot (2 \cdot h + r)$

Volumen: $V = r^2 \cdot \pi \cdot (h - r) + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \pi \cdot r^2 \cdot \left(h - \frac{r}{3}\right)$

$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} + \frac{r}{3}$$

Oberfläche: $\frac{2 \cdot V}{r} + \frac{5}{3} \cdot \pi \cdot r^2$

Ableitung: $-2 \cdot \frac{V}{r^2} + \frac{10}{3} \cdot \pi \cdot r$ Lösung: $r := \left(\frac{6}{10} \cdot \frac{V}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \quad r = 26.73 \cdot \text{cm}$

$$h := \frac{V}{\pi \cdot r^2} + \frac{r}{3} \quad h = 53.46 \cdot \text{cm} \quad \frac{h}{r} = 2$$

Aufgabe 5

$$f := 50 \cdot \text{Hz} \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \omega = 314.159 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$R_1 := 130 \cdot \text{ohm} \quad R_2 := 200 \cdot \text{ohm} \quad R_3 := 300 \cdot \text{ohm} \quad C := 225 \cdot \mu\text{F} \quad L := 500 \cdot \text{mH}$$

$$Z_1 := R_1 \quad Z_2 := R_2 \quad Z_3 := R_3 \quad Z_4 := \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \quad Z_5 := j \cdot \omega \cdot L$$

$$Z_1 = 130 \cdot \text{ohm} \quad Z_2 = 200 \cdot \text{ohm} \quad Z_3 = 300 \cdot \text{ohm} \quad Z_4 = -14.147j \cdot \text{ohm} \quad Z_5 = 157.08j \cdot \text{ohm}$$

$$Z_A := \frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_1 + Z_5} + Z_4 \quad Z_A = 77.154 + 49.706j \cdot \text{ohm}$$

$$Z_B := Z_2 + Z_3 \quad Z_B = 500 \cdot \text{ohm}$$

$$Z := \frac{Z_A \cdot Z_B}{Z_A + Z_B} \quad \text{Re}(Z) = 70.03 \cdot \text{ohm} \quad \text{Wirkwiderstand}$$

$$\text{Im}(Z) = 37.03 \cdot \text{ohm} \quad \text{Blindwiderstand}$$

$$\arg(Z) = 27.869 \cdot \text{deg} \quad \text{Phasenverschiebung}$$