5. 1	p(>2) = p(3) + p(4) + ... + p(19) + p(20) = 1 – p(0) – p(1) – p(2) = 2.1%, wobei $p(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$, n = 20, p = 0.03 TI-30X Pro: Binomialcdf fängt immer bei 0 an zu summieren, man muss also das Problem auf „höchstens“ umformulieren: die Einzelwahrscheinlichkeit für „gut“ ist 0.97, und wir berechnen die Wahrscheinlichkeit, unter 20 Teilen höchstens 17 gute zu finden. Binomialcdf, SINGLE, TRIALS=n=20, p(SUCCESS)=0.97,x=17: 0.021008356
5. 2	a) 0.970079179: Binomialcdf, SINGLE, TRIALS=n=40, p(SUCCESS)=0.15, x=10 b) 0.736680052: Binomialcdf, SINGLE, TRIALS=n=40, p(SUCCESS)=0.85, x=35 c) p(3-6) = p(höchstens 6) – p(höchstens 2) = 0.558057834. Hier ist es zweckmässig, die Resultate p(höchstens 6) und p(höchstens 2) abzuspeichern und dann voneinander zu subtrahieren. Wahrscheinlichster Wert: 15% von 40 sind 6.
5. 3	a) 1 – p(4 Mädchen) = 1 – 0.48^4 = p(höchstens 3 Mädchen) = 0.94691584 b) 1 – p(4 Mädchen) – p(4 Knaben) = 1 – 0.48^4 – 0.52^4 = 0.87379968
5. 4	a) $10^{-15} \cong 0$ b) $1 - 10^{-15} \cong 1$ c) 0.9^{15} = 0.205891132
5. 5	Die Wahrscheinlichkeit, eine 3 zu würfeln, beträgt 1/6. a) 0.401877572: Binomialpdf, SINGLE, TRIALS=n=5, p(SUCCESS)=1/6, x=0 b) 0.401877572: Binomialpdf, SINGLE, TRIALS=n=5, p(SUCCESS)=1/6, x=1 c) 0.160751028: Binomialpdf, SINGLE, TRIALS=n=5, p(SUCCESS)=1/6, x=2
5. 6	Eine 9 kann sein: 3+6, 4+5, 5+4, 6+3, also Wahrscheinlichkeit 4/36 = 1/9. a) 0.115610199: Binomialpdf, SINGLE, TRIALS=n=6, p(SUCCESS)=1/9, x=2 b) p(mindestens 2x eine 9) = p(höchstens 4x keine 9) = 0.136777178 Binomialcdf, SINGLE, TRIALS=n=6, p(SUCCESS)=8/9, x=4
5. 7	Ohne Schaltjahre: p(Februar) = 28/365, p(10 in 100) = 0.092744845 Mit Schaltjahren: p(Februar) = (3·28 + 29)/(3·365 + 366), p(10 in 100) = 0.094658141 (Dass die durch 100 teilbaren Jahre keine Schaltjahre sind, die durch 400 teilbaren aber schon, wird hier übergangen, um es nicht zu kompliziert zu machen. Wie es getan werden müsste, sollte jetzt klar sein.)
5. 8	Ohne Schaltjahre: p = 1/365, p(3 von 100) = 0.002548342 Mit Schaltjahren: p = 4/(3·365 + 366), p(3 von 100) = 0.002543577
5. 9	a) μ = 80, Median = 81, σ = 8.92 b) μ = 3.982, Median = 3.975, σ = 0.067 c) μ = 8.67, Median = 9, σ = 4.4
5. 10	$\frac{2 \cdot 5 + 4.5 + 4}{2 + 1 + 1} = 4.625$
5. 11	$\frac{6 \cdot 3.4 + 10 \cdot 4.1}{6 + 10} = 3.8375$
5. 12	k = Anteil Männer: $k \cdot 56000 + (1-k) \cdot 48000 = 50000 \Rightarrow k = 0.25$ 25% Männer, 75% Frauen

5. 13	Hier empfiehlt es sich beim TI-30X Pro, die Anzahlen in eine Kolonne der Datentabelle einzugeben und mit „Gewichten“ (FRQ) auszuwerten. Bei den Gewichten jeweils die Mitte des Bereiches eingeben (9.5, 10, 10.5, etc.). $\mu = 11.09$, $\sigma = 0.74$
5. 14	Mit TI-30X Pro: Normalcdf, Mean = 81.67, Sigma = 11.69 Über 90kg: LOWERBND = 90, UPPERBND = 1E99 (das ist für den Rechner das gleiche wie „unendlich“), liefert 0.238054365: dieser Wert x21 ergibt 4.999, also 5 Studenten. Unter 70kg: LOWERBND = -1E99, UPPERBND = 70, liefert 0.159069592: dieser Wert x21 ergibt 3.34, also 3-4 Studenten. Über 75kg: LOWERBND = 75, UPPERBND = 1E99, liefert 0.7158555260: dieser Wert x21 ergibt 15.03, also 15 Studenten.
5. 15	Mit TI-30X Pro: Normalcdf, Mean = 178.83, Sigma = 6.24 Zwischen 170cm und 180cm: LOWERBND = 170, UPPERBND = 180, liefert 0.495840776: dieser Wert x18 ergibt 8.925, also 9 Studenten. Über 2m: LOWERBND = 200, UPPERBND = 1E99, liefert 0.00034618: dieser Wert x18 ergibt 0.0062, also 0 Studenten.
5. 16	Das ist jeweils $\mu \pm 1.96\,\sigma$
5. 17	$5.74 - 3 \cdot \frac{0.08}{\sqrt{6}} = 5.642\text{mm}$ $5.74 + 3 \cdot \frac{0.08}{\sqrt{6}} = 5.838\text{mm}$
5. 18	$y = 0.636x + 0.545$, $r = 0.977$
5. 19	Geburtenrate = 727.3 – 0.357·Jahr, r = -0.999, erwartet 2000: 13.0
5. 20	(Tabelle unten)

5. 20

Vol%	ΔT	Fehler linear	quadratisch	kubisch
0.00%	0	3.38	1.45	-0.37
3.15%	-1.02	2.16	0.82	0.09
6.25%	-2.09	1.01	0.20	0.29
9.32%	-3.23	-0.04	-0.37	0.30
12.34%	-4.47	-0.96	-0.88	0.19
18.28%	-7.36	-2.30	-1.58	-0.21
24.06%	-10.92	-2.87	-1.70	-0.51
28.58%	-14.47	-2.55	-1.16	-0.35
35.20%	-20.47	-1.27	0.22	0.30
39.50%	-24.27	-0.54	0.88	0.45
45.80%	-29.26	-0.04	1.08	0.00
49.90%	-32.68	0.45	1.27	-0.09
55.90%	-37.67	1.16	1.34	-0.08
65.53%	-44.93	1.54	0.29	-0.04
72.92%	-49.52	0.86	-1.86	0.03
Fehlerquadratsumme		44.62369	19.42056	1.083638
	r^2	0.9886	0.9951	0.9997

5. 21	Bakterienpopulationen nehmen am Anfang exponentiell zu, siehe 4.8.2. Anzahl = $32.14685132 \cdot 1.426958806^t$, t in h. $r^2 = 0.99967$ Anfangswert 20000, Endwert 100000000: $20000 \cdot 1.426958806^t = 100000000$ $t = \frac{\ln\left(\frac{100000000}{20000}\right)}{\ln(1.426958806)} = 23.955 \approx 24\text{h}$
5. 22	Am besten nähert die Funktion Kraft = 33.74514577 – 4.528211365·ln(Höhe) die Daten an, mit $r^2 = 0.9921$.
5. 23	$z = \frac{1060 - 1000}{\frac{100}{\sqrt{50}}} = 4.243$ Dieser Wert ist grösser als 2.57 und die Änderung damit ausserhalb des 99%-Vertrauensintervalls der „normalen“ Streuungen. Man schliesst daraus, dass die Umstellung die Zugfestigkeit tatsächlich erhöht.
5. 24	$z = \frac{9.72 - 8.93}{\frac{1.4}{\sqrt{36}}} = 3.386$ Dieser Wert ist grösser als 2.57 und der Unterschied damit ausserhalb des 99%-Vertrauensintervalls. Man schliesst daraus, dass die Abweichung vom „normalen“ Wert 9.72N nicht mit den Streuungen erklärt werden kann und man eine Ursache für die Verschlechterung suchen muss.
5. 25	$z = \frac{72 - 75}{\sqrt{\frac{8^2}{32} + \frac{6^2}{36}}} = -1.732$ z ist betragsmässig kleiner als 1.96 und der Unterschied liegt damit innerhalb des 95%-Vertrauensintervalls der vorkommenden Streuungen. Man kann nicht ausschliessen, dass der Unterschied auf die normalen Streuungen zurückgeht, und darf nicht auf einen geschlechterspezifischen Unterschied schliessen.
5. 26	$z = \frac{1190 - 1230}{\sqrt{\frac{90^2}{100} + \frac{120^2}{75}}} = -2.421$ Weil $\lvert z \rvert > 1.96$, ist der Unterschied auf dem Niveau 5% signifikant. Hingegen ist $\lvert z \rvert < 2.57$, der Unterschied ist also auf dem Niveau 1% nicht signifikant.
5. 27	$z = \frac{18.2 - 17.8}{\sqrt{\frac{0.63^2 + 0.54^2}{30}}} = 2.64$ Weil $\lvert z \rvert > 2.57$, ist der neue Dünger auf dem Niveau 1% signifikant besser als der alte (führt zu mehr Ertrag).

5. 28	$z = \dfrac{8.5 - 7.9}{\sqrt{\dfrac{1.8^2}{90} + \dfrac{2.1^2}{80}}} = 1.988$ Weil $\lvert z \rvert > 1.96$, ist Medikament A auf dem Niveau 5% signifikant besser als Medikament B. Der p-Wert entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass der Wert bei einer Normalverteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ ausserhalb des Bereiches ± 1.988 liegt. Wir entnehmen Tabelle 5.2 für z = 1.98 den Wert 0.47615 und für z = 1.99 den Wert 0.47670 und erhalten damit durch Interpolation für z = 1.988 den Wert 0.47659 und damit $p = 1 - 2 \cdot 0.47659 = 0.04682$. Der TI-30X Pro liefert mit Normalcdf p = 0.04685.
5. 29	$p = \dfrac{19+5}{200+100} = 0.08$ $z = \dfrac{\dfrac{19}{200} - \dfrac{5}{100}}{\sqrt{0.08 \cdot (1-0.08) \cdot \left(\dfrac{1}{200} + \dfrac{1}{100}\right)}} = 1.354$ Die Unterschiede in der Qualität zwischen den beiden Maschinen sind auf dem Niveau 5% nicht signifikant, weil $\lvert z \rvert < 1.96$. Es ist also möglich, dass der Unterschied durch die vorhandene Streuung zustandegekommen ist.
5. 30	Im Gegensatz zu Aufgabe 5.29 vergleichen wir hier nicht zwei Paare von Würfeln, sondern zwei Würfel gegen einen Referenzwert. Eine 7 kann mit 2 Würfeln zustandekommen als 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1, hat also bei idealen Würfeln eine Wahrscheinlichkeit von 6/36 = 1/6. In Formel (5.10) bedeutet das, dass $p_1 = 1/6$ und $n_1 = \infty$ gesetzt werden. Damit ist $p = p_1$. $z = \dfrac{\dfrac{1}{6} - \dfrac{23}{100}}{\sqrt{\dfrac{1}{6} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{6}\right) \cdot \dfrac{1}{100}}} = -1.699$ Der Verdacht auf schlechte Würfel kann mit diesem Resultat auf dem Niveau 5% nicht aufrechterhalten werden (und damit für 1% sowieso nicht).
5. 31	Hier ist der Referenzwert $p_1 = 0.95$ und $p = 0.95$. $z = \dfrac{0.95 - \dfrac{200-18}{200}}{\sqrt{0.95 \cdot (1-0.95) \cdot \dfrac{1}{200}}} = 2.596$ Weil $\lvert z \rvert > 2.57$, ist die Abweichung auf dem Niveau 1% statistisch signifikant – kann also mit der normalen Streuung nicht plausibel erklärt werden. Mit der Binomialverteilung berechnen wir die Wahrscheinlichkeit dafür, in einer Stichprobe der Grösse 200 Stück zwischen 0 und 17 schlechte Exemplare zu finden, wenn die Einzelwahrscheinlichkeit für „schlecht“ 0.05 beträgt. Wir erhalten 0.987910556 und damit eine Wahrscheinlichkeit für 18 oder mehr schlechte von 0.012089444.

5. 32	$$z = \frac{0.88 - \frac{9}{15}}{\sqrt{0.88 \cdot (1 - 0.88) \cdot \frac{1}{15}}} = 3.337$$ Diese Klasse war tatsächlich besonders schlecht (oder sie hatte einen besonders schlechten Lehrer...)
5. 33	$$z = \frac{0.151 - \frac{17}{180}}{\sqrt{0.151 \cdot (1 - 0.151) \cdot \frac{1}{180}}} = 2.119$$ Weil $\lvert z \rvert > 1.96$, ist der Unterschied auf dem Niveau von 5% signifikant. Bestimmung des p-Wertes wie in Aufgabe 5.28: $p = 0.034$
5. 34	$$z = \frac{0.05 - \frac{335}{6000}}{\sqrt{0.05 \cdot (1 - 0.05) \cdot \frac{1}{6000}}} = -2.073$$ Man schliesst aus diesen Daten, dass sich das Interesse der Leute in der Tat geändert hat.