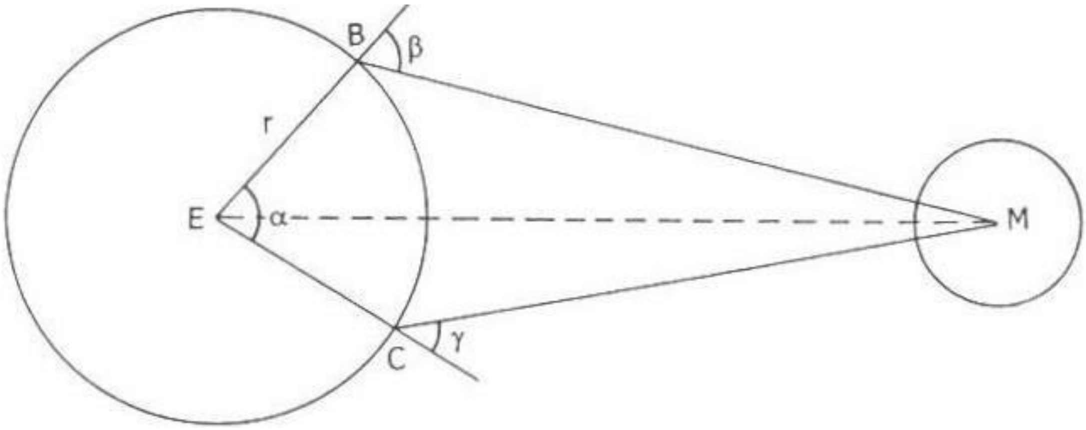
3. 1	$\tan(\alpha) = \frac{18.2\text{m}}{34.6\text{m}} \Rightarrow \alpha = 27.745° \cong 27°44'41.6''$
3. 2	$\tan(19°50') = \frac{x}{53\text{m}} \Rightarrow x = 19.12\text{m}$
3. 3	$\tan(\alpha) = \frac{10\text{m}}{25000 \cdot 3\text{mm}} \Rightarrow \alpha = 7.595° \cong 7°35'40.7''$
3. 4	$\sin(14°20') = \frac{3100\text{m}}{x} \Rightarrow x = 12522\text{m}$
3. 5	Ein Senkungswinkel wird von der Horizontalen nach unten gemessen. Wir wählen als Hilfsgrösse y die Höhe des Fensters über dem Boden: $\frac{y}{28} = \tan(28°25')$ $\frac{y}{28+x} = \tan(8°30')$ $\tan(28°25') \cdot 28 = \tan(8°30') \cdot (28+x) \Rightarrow x = 73.37\text{m}$
3. 6	Der Falz steht senkrecht auf der Verbindung der zwei Ecken, also der Diagonalen. Der Winkel zwischen der langen Seite und der Diagonalen ist gleich dem Winkel zwischen der kurzen Seite und der parallelverschobenen Faltlinie x: $\tan(\alpha) = \frac{21\text{cm}}{30\text{cm}} \Rightarrow \alpha = 34°59'31.3''$ $\frac{21\text{cm}}{x} = \cos(\alpha) \Rightarrow x = 25.63\text{cm}$
3. 7	Vorausgesetztes Allgemeinwissen: Die Erde führt eine Umdrehung pro 24 Stunden aus. Die geographische Breite wird vom Aequator aus in Richtung Pol angegeben. Der Erdradius beträgt auf 437m ü. M. r_E = 6367.1km (https://rechneronline.de/erdradius/). Der Abstand zur Erdachse beträgt $\cos(\varphi) = \frac{x}{r_E} \Rightarrow x = 4319.0\text{km}$ und die Geschwindigkeit $v = \frac{2\pi \cdot x}{24\text{h}} = 1130.7\frac{\text{km}}{\text{h}}$
3. 8	$\arctan\left(\frac{h-1.5\text{m}}{50\text{m}}\right) + \arctan\left(\frac{1.5\text{m}}{50\text{m}}\right) = 23°40' \Rightarrow h = 21.65\text{m}$ Bei Vernachlässigung der Augenhöhe ergibt sich $\arctan\left(\frac{h}{50\text{m}}\right) = 23°40' \Rightarrow h = 21.91\text{m}$. Der Fehler beträgt also nur 1.2%.
3. 9	Vergleiche auch Aufgabe 3.5. x = Höhe des Hauses, y = Abstand von B zum Haus: $\tan(\alpha) = \frac{x}{y}$ $\tan(\beta) = \frac{x}{y+28\text{m}}$ $y \cdot \tan(\alpha) = (y+28\text{m}) \cdot \tan(\beta)$ $y = \frac{28\text{m} \cdot \tan(\beta)}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)} = 47.47\text{m}$

3. 10	Von der Seite betrachtet, ist die Fläche des Wassers immer gleich. Die Fläche des Wassers im gekippten Zustand berechnen wir durch Subtraktion der Luft (Dreieck oben) vom ganzen Querschnitt. $\tan(40°) = \frac{30\text{cm}}{b} \Rightarrow F_\Delta = \frac{1}{2} \cdot b \cdot 30\text{cm} = 536.289\text{cm}^2$ $F_W = 30\text{cm} \cdot 45\text{cm} - F_\Delta = 813.71\text{cm}^2$ $h_W = \frac{F_W}{45\text{cm}} = 18.08\text{cm}$
3. 11	Druckfehler in der Aufgabe: d = 3600 mm, nicht a Für diese Aufgabe ist es einfacher, wenn der Umschlingungswinkel in rad ausgedrückt wird. $\sin(\alpha) = \frac{R-r}{d} \Rightarrow \alpha = 4°8'29.9'' \cong 0.072285\text{rad}$ $T = \sqrt{d^2 - (R-r)^2} = 3590.6\text{mm}$ $L = R \cdot (\pi + 2\alpha) + 2T + r \cdot (\pi - 2\alpha) = 10171.9\text{mm}$ Gekreuzt: $\sin(\alpha) = \frac{R+r}{d} \Rightarrow \alpha = 15°8'9.6'' \cong 0.26417\text{rad}$ $T = \sqrt{d^2 - (R+r)^2} = 3475.1\text{mm}$ $L = R \cdot (\pi + 2\alpha) + 2T + r \cdot (\pi + 2\alpha) = 10400.0\text{mm}$
3. 12	b = 111.098mm, c = 116.166mm, γ = 97°, F = 1268.1mm²
3. 13	a = 2.42149cm, b = 1.29121cm, γ = 119°, F = 1.36731cm²
3. 14	c = 50.2048mm, β = 26.9693°, γ = 81.964°, F = 546.44mm²
3. 15	Diese Aufgabe hat 2 Lösungen, wie man sich anhand einer Skizze leicht klar macht: c = 374.911cm, α = 36.3196°, γ = 130.264°, F = 12657.2cm² c = 191.205cm, α = 143.68°, γ = 22.903°, F = 6455.19cm²
3. 16	c = 29.3566cm, α = 26.2995°, γ = 125.617°, F = 110.558cm²
3. 17	a = 101.705cm, β = 32.8556°, γ = 66.9777°, F = 2620.92cm²
3. 18	b = 29.5659m, α = 54.1712°, γ = 81.3288°, F = 499.797m²
3. 19	c = 27.3487cm, α = 36.4863°, β = 32.6804°, F = 128.473cm²
3. 20	α = 44.9819°, β = 36.7621°, γ = 98.256°, F = 848.366cm²
3. 21	Zurückgelegte Distanz 10.7414sm, Geschwindigkeit 18.41kn
3. 22	Das Dreieck links hat Seiten 18cm und 18cm – x und Winkel 360°/36 = 10°, 180° – 65° = 115° und 180° – 10° – 115° = 55°. Mit dem Sinussatz gilt $\frac{18}{\sin(115°)} = \frac{18-x}{\sin(55°)} \Rightarrow x = 1.73\text{mm}$ (Es gibt auch andere Lösungswege.)

3. 23

Der Zenit ist die Richtung nach oben. Ein Zenitwinkel wird ab der Senkrechten gemessen.



Die Mondbahn liegt nicht in der Aequatorebene!

$\alpha = 58°50'24'' + 34°2'31'' = 92.882°$

$\beta = 59°39'34''$

$\gamma = 34°34'51''$

Wir berechnen zuerst das gleichschenklige Dreieck BEC, dann Dreieck BCM und zum Schluss Dreieck BEM.

Dreieck BEC: Winkel bei B und C, $\delta = \frac{180° - \alpha}{2} = 43.559°$

$$\overline{BC} = \sqrt{2 \cdot (1 - \cos(\alpha))} \cdot r = 9236.578\text{km} \quad \text{(Cosinussatz)}$$

Dreieck BCM:

$\beta_1 = 180° - \beta - \delta = 76.782°$ Winkel MBC

$\gamma_1 = 180° - \gamma - \delta = 101.86°$ Winkel BCM

$\varepsilon = 180° - \beta_1 - \gamma_1 = 1.358°$ Winkel BMC

$$\overline{BM} = \sin(\gamma_1) \cdot \frac{\overline{BC}}{\sin(\varepsilon)}$$

$$\overline{EM} = \sqrt{\overline{BM}^2 + r^2 - 2 \cdot \overline{BM} \cdot r \cdot \cos(\delta + \beta_1)} = 384584.592\text{km} \quad \text{(Zentrum-Zentrum)}$$

3. 24

$\gamma = 180° - 50° - 40° = 90°$

$$\frac{b}{\sin(40°)} = \frac{50\text{m}}{\sin(\gamma)} \Rightarrow b = 32.14\text{m}$$

$$\frac{\text{Breite}}{b} = \sin(50°) \Rightarrow \text{Breite} = 24.62\text{m}$$

3. 25

$$\begin{aligned}
\sin(3\alpha) &= \sin(\alpha + 2\alpha) \\
&= \sin(\alpha) \cdot \cos(2\alpha) + \sin(2\alpha) \cdot \cos(\alpha) \\
&= \sin(\alpha) \cdot (1 - 2 \cdot \sin^2(\alpha)) + 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \\
&= \sin(\alpha) - 2 \cdot \sin^3(\alpha) + 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot (1 - \sin^2(\alpha)) \\
&= \sin(\alpha) - 2 \cdot \sin^3(\alpha) + 2 \cdot \sin(\alpha) - 2 \cdot \sin^3(\alpha) \\
&= 3 \cdot \sin(\alpha) - 4 \cdot \sin^3(\alpha)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\cos(3\alpha) &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\
&= \cos(\alpha)\cdot\cos(2\alpha) - \sin(\alpha)\cdot\sin(2\alpha) \\
&= \cos(\alpha)\cdot\left(2\cdot\cos^2(\alpha) - 1\right) - \sin(\alpha)\cdot 2\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha) \\
&= 2\cdot\cos^3(\alpha) - \cos(\alpha) - 2\cdot\cos(\alpha)\cdot\left(1 - \cos^2(\alpha)\right) \\
&= 2\cdot\cos^3(\alpha) - \cos(\alpha) - 2\cdot\cos(\alpha) + 2\cdot\cos^3(\alpha) \\
&= 4\cdot\cos^3(\alpha) - 3\cdot\cos(\alpha)
\end{aligned}
$$